

جامعة تكريت  
كلية الهندسة  
قسم الهندسة الميكانيكية

محاضرات ديناميك الحرارة  
الكورس الثاني  
المرحلة الثانية  
2024-2025

اعداد  
الدكتور المهندس  
حميد جاسم خلف الأحبابي



Type text here

# Chapter 1

## Second Law of Thermodynamics

### 1-1 Introduction

1. It has been observed that energy can flow from a system in the form of heat or work.
2. first law of thermodynamics deals with quantity of energy
3. second law of thermodynamics deals with quantity and quality of energy.
4. first law not limit the direction of energy, but the second law limit this direction from high temperature to lower temperature but not in opposite direction without assistance.

### 1-2 Statements of second law of thermodynamics

#### 1-2-1 Clausius statement

*" It is impossible for a self-acting machine working in a cyclic process unassisted by any external work, to take heat from a body at a lower temperature to a body at a higher temperature".*

In other word, heat of, itself, cannot flow from a colder to a hotter body.

#### 1-2-2 Kelvin-Planck statement

*" It is impossible to construct an engine, which while operating in a cycle produces no other effect except to extract heat from a single reservoir and do equivalent amount of work".*

### 1-3 Perpetual Motion Machine of The First Kind – PMM 1

1. The first law of thermodynamics states the principle of the conservation of energy. Energy is neither created nor destroyed, but only gets transformed from one form to another. ***There can be no machine which would continuously supply mechanical work without some form of energy disappearing simultaneously*** (Fig.1.1). Such a untrue machine is called a ***perpetual motion machine of the first kind***, or in brief, **PMM 1** . A PMM1 is thus impossible.



2. The converse of the above statement is also true, i.e, there can be no machine which would continuously consume work without some other form of energy appearing simultaneously (Fig. 1.2).

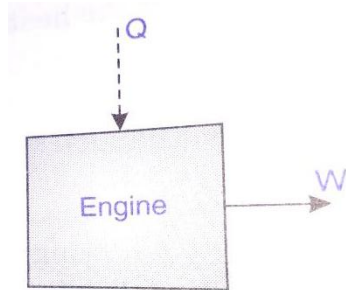


Fig.1.1: A PMM1 (Impossible Engine)

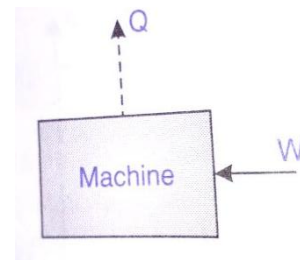


Fig.1.2: The converse of PMM1

### شرح المحاضرة الاولى:

تم توضيح مفهوم القانون الاول لديناميك الحرارة وتطبيقاته العملية لنظام مغلق ولنظام مفتوح في الكورس الاول ، اما في الكورس الثاني سيتم توضيح مفهوم القانون الثاني لديناميك الحرارة وتطبيقاته في المنظومات الهندسية والمكائن الحرارية ومنظومات واجهزة التبريد والتكيف.

القانون الاول: قانون يتعامل مع كميات الطاقة حيث ان (مجموع الطاقات الداخلة = مجموع الطاقات الخارجة) اي ان القانون الاول هو قانون حفظ الطاقة.

القانون الاول لم يخبرنا ويحدد لنا كم من طاقة النظام الكلية تتحول الى شغل ، معروف لكم مسبقا ان الطاقة تنتقل عبر جدران النظام كحرارة heat او شغل work ، وهذا المفهوم هو واحد من محددات القانون الاول ونقاط ضعفه لان المهم عند تصميم وانتاج اي منظومة ( مكائن حرارية ، منظومات تبريد وتكيف... الخ ) ان تعرف قابلية وكفاءة المنظومة على استثمار طاقة المصدر وتحويلها الى شغل مفيد ، قد تكون طاقة المصدر عالية من الناحية الكمية (high quantity of energy) لكن جودتها قليلة (low quality of energy) القانون الاول لا يتطرق او يوضح هذه المفاهيم وهي محددات ونقاط ضعف هذا القانون ، نتيجة هذه المحددات ونقاط الضعف سعى المختصون بدراسة مفهوم ديناميك الحرارة مثل العالم كلاسيوس Clausius والعالمين كلفن وبلانك Kelvin & Planck الى الذهاب الى اضافة مفاهيم جديدة في غاية الاهمية كل هذه المفاهيم فسرها وشرحها القانون الثاني لديناميك الحرارة وهي : (١) الطاقة كمية ونوعية (٢) الطاقة تنتقل باتجاه واحد من وسط عالي درجة الحرارة الى وسط اقل بدرجة الحرارة ويمكن الحصول على انتاج شغل مفيد لمثل هكذا منظومة (تعريف كلفن-بلانك للقانون الثاني مثال المحرك الحراري heat engine) ولا يمكن ان تنتقل الطاقة

باتجاه معاكس في الحالة هذه من دون عامل خارجي مساعد مثال الثلاجة والمضخات الحرارية Refrigerators and Heat engines وهذا التعريف تم من قبل العالم كلاسيوس . الطاقة لا تقنى ولا تأتي من العدم لكن يمكن ان تتحول من شكل الى اخر ( ممكن تحويل الطاقة الحرارية الى شغل والعكس صحيح ) لكن من غير الممكن انتاج شغل بصورة مستمرة من دون اختفاء او تجهيز طاقة من مصدر حراري باستمرار (disappearing energy continuously) ،مثل هكذا مكائن خيالية غير حقيقية تسمى PMM1kind (Fig.1.1) وهي منظومات غير ممكنة ومخالفة للقانون الاول ، محرك السيارة ينتج شغل ميكانيكي يحرك العجلة لكن بالمقابل يتم صرف طاقة بصورة مستمرة ناتجة من حرق الوقود . كذلك في المنظومات التي تمتص طاقة مثل الثلاجة حيث يتم تشغيلها بالطاقة الكهربائية حتى يتمكن النظام (غاز التبريد) من نقل الطاقة من وسط بارد الى وسط حار ويجب التخلص من هذه الطاقة بطرحها الى الخارج عن طريق الشبكة (المبادل الحراري). ومن غير الممكن للمنظومة ان تمتص طاقة بصورة مستمرة من دون ان تحوّلها الى شكل اخر للطاقة وطرح الفائض منها الى الخارج ، حيث لا توجد منظومة حقيقية مثل ما موجود في الشكل (Fig.1.2). حسب مفهوم القانون الاول ، يمكن ان تتحول كل طاقة المصدر Q الى شغل W لكن هذا مخالف للقانون الثاني حيث لا توجد كفاءة 100% لأي منظومة مثل هذه المنظومات المخالفة للقانون الثاني تسمى PMM2 kind .

#### 1-4 Definitions

1. **Heat reservoir** : a body which has large enough temperature and does not change when heat is added or removed is a heat reservoir. Examples oceans, lakes, and rivers as well as atmospheric air.
2. **Heat source** : a reservoir that supplies energy in the form of heat is called a source (Fig.1.3).
3. **Heat sink** : a reservoir that absorbs energy in the form of heat is called a sink (Fig.1.4).
4. **Heat engine** : a heat engine is a device that operates in a cycle and produces net positive work while heat transfer occurs across the boundaries of the device.

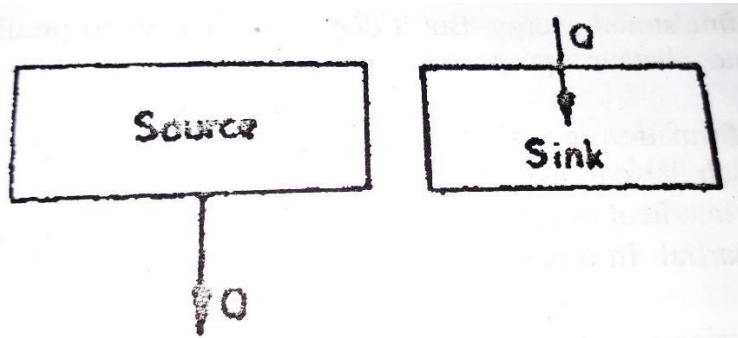


Fig.1.3 Heat source and sink

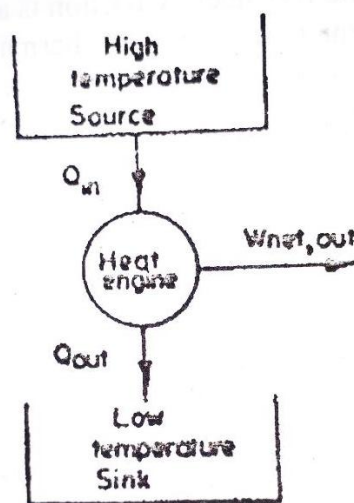


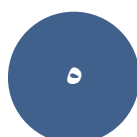
Fig.1.4 Heat Engine

All heat engines can be characterized by the following (Fig.1.4)

- (1) they receive heat from a high temperature source (nuclear reactor, solar energy, oil furnace, etc).**
- (2) they convert part of this heat to work**
- (3) they reject remaining waste heat to a lower temperature sink (the atmosphere, rivers, etc)**
- (4) they operate on a cycle**

### 1.5 Cycle Efficiency of a heat engine or thermal efficiency

The cycle efficiency of a heat engine is defined as the ratio of net work done to heat supplied. This is also known as thermal efficiency



$$\eta = \frac{\text{Heat supplied} - \text{Heat rejected}}{\text{Heat supplied}}$$

$$\text{Thermal efficiency} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Where  $Q_1$  = heat supplied from a source

$Q_2$  = heat rejected to a sink.

Note that net work =  $Q_1 - Q_2$

### 1.5 Carnot cycle

1. The Carnot cycle is a hypothetical cycle developed by Carnot for either engine or a reversed heat engine (Refrigerators, Heat pumps)
2. The Carnot cycle is a reversible cycle because it consists of two isothermal and two adiabatic processes
3. All the processes involved in the cycle are reversible, thereby providing the best possible device that one could construct
4. Results from the cycle analysis can be used to determine the maximum efficiency of performance possible for either a heat engine or reversed heat engine.

The following assumptions will be used for the derivation of the efficiency of a Carnot cycle applied to a non-flow cycle, i.e one carried out in a closed system, example cylinder-frictionless piston .

شرح دورة كارنو:

١. دورة كارنو دورة افتراضية طورت من قبل العالم الفرنسي كارنو على المحركات الحرارية heat engines ومعكوس المحرك الحراري كالثلاجة refrigerator والمضخة الحرارية heat pump

٢. دورة كارنو دورة انعكاسية (إرجاعيه) reversible cycle يعني دورة نظرية مثالية هي ليس دورة عملية أو تطبيقية وعليه ذكرنا اعلاه انها دورة افتراضية ، تتكون دورة كارنو من عمليتين (أجراء process) ايزوثر ( يعني ثبوت درجة الحرارة) وعمليتين اديباتيك (  $Q=0$  )

٣. كل هذه العمليات PROCESSES في الفقرة ٢ هي إجراءات مثالية (REVERSIBLE PROCESSES)

٤. السؤال دورة كارنو دورة افتراضية ما الفائدة من دراستها؟

ج/ من خلال نتائج التحليل للدورة نستطيع ايجاد كفاءة الدورة وهي اعلى كفاءة لمحرك حراري افتراضي او معكوس محرك حراري افتراضي ويمكن مقارنة كفاءة محرك تطبقي عملي مع هذه الكفاءة النظرية.

#### Notes:

(a) A hot source , is a heat reservoir of infinite capacity at the maximum constant temperature  $T_1$  or  $T_H$

(b) A cold sink, is a heat reservoir of infinite capacity at the minimum constant temperature  $T_2$  or  $T_L$

شرح الفقرة (a) و (b)

(a) المصدر الحراري هو عبارة عن مستودع (reservoir) متناهي العطاء للطاقة اي يغذي المنظومة الحرارية بدون ان تنقص هذه الطاقة مثال محرك السيارة يستمر بالعمل طالما يوجد وقود يحترق ويحرر طاقة والثلاجة تستمر بالعمل طالما توجد طاقة كهربائية اللازمة لتشغيلها وهذا المصدر يعطي الطاقة مع بقاء درجة حرارته ثابتة isothermal temperature ويرمز لدرجة حرارة المصدر  $T_1$  وأحيانا يرمز لها  $T_H$ .

(b) ال cold sink هو الجزء الماص او المستقبل للحرارة الفائضة والتي يجب ان يتخلص منها المحرك مثال عندما يعمل محرك السيارة فأن غرفة الاحتراق combustion chamber تعتبر مصدر source ويكون عند درجة حرارة عالية  $T_1$  فيقوم المحرك بتحويل convert جزء من طاقة المصدر الى شغل ميكانيكي ينتج عنه حركة العجلة ، والباقي من طاقة المصدر والطاقة الناتجة من الاحتكاك تطرح الى الخارج مع غاز العادم السؤال اين هو ال cold sink في هذه الحالة ؟ الجواب هو الهواء الخارجي atmospheric air ويكون حتما بدرجة حرارة اقل من درجة حرارة المصدر ويرمز لدرجة حرارة ال sink ب  $T_2$  واحيانا في بعض المصادر يرمز لها ب  $T_L$  . وهذا ال cold sink هو الآخر يستقبل الحرارة الفائضة من دون ان تتغير درجة حرارته اي constant temperature (isothermal). الحرارة الفائضة المطروحة heat rejected من قبل النظام الى sink من دون حرارة الاحتكاك تسمى reversible heat كما هو الحال في محرك كارنوت اما في المحركات العملية التطبيقية فمن المؤكد ان الحرارة المطروحة heat rejected هي عبارة عن حرارة المصدر التي لم تتحول الى شغل مضاف اليها حرارة الاحتكاك والحرارة الكلية تسمى irreversible heat وعليه irreversible heat تكون اكبر من ال reversible heat وسيتم توضيح هذا في المحاضرات اللاحقة ومن خلال حلول الاسئلة الحسابية.

(c ) working fluid is perfect gas

نقصد ب working fluid هو النظام اي مادة التشغيل (الوقود) وكلمة fluid هي اما غاز او سائل وفي دورة كارنوت العالم كارنوت افترض مادة تشغيل الدورة غاز مثالي ( نذكركم مرة ثانية ان دورة كارنوت دورة افتراضية )

(d) a frictionless piston sliding in a perfectly sealed cylinder, both piston and cylinder being perfect insulators

من المعروف ان اي محرك يتكون من الحجرة cylinder ومكبس يتحرك داخل هذه الحجرة ، فعندما نقول محرك four cylinders نقصد محرك اربعة اسطوانات و 6 cylinders اي محرك يتكون من ستة اسطوانات .... الخ

اي حركة بين جسمين ينتج بينهما احتكاك friction وهي مسألة طبيعية لكل المحركات العملية actual heat engines او تسمى irreversible heat engines ، في دورة كارنوت افترض العالم كارنوت ان لا يوجد احتكاك بين المكبس piston والحجرة (الاسطوانة) cylinder اي frictionless piston وهذا افتراض نظري

### (e) ALL CARNOT PROCESSES HAVE TO BE FULLY REVERSIBLE

طالما لا يوجد احتكاك خلال عمليات الدورة FRICTIONLESS PROCESSES فهذه العمليات تعتبر عمليات أرجاعية (مثالية) اي reversible processes

الخلاصة :

دورة كارنوت تتكون من اربع عمليات انعكاسية :

١. اثتان أجراءات بثبوت درجة الحرارة two reversible isothermal processes

٢. اثتان أجراءات أديباتيكية two reversible adiabatic processes

٣. كل الحرارة المستلمة تحدث عند درجة حرارة عالية (high temperature source) وكل الحرارة المفقودة تتم عند درجة حرارة واطئة (low temperature sink).



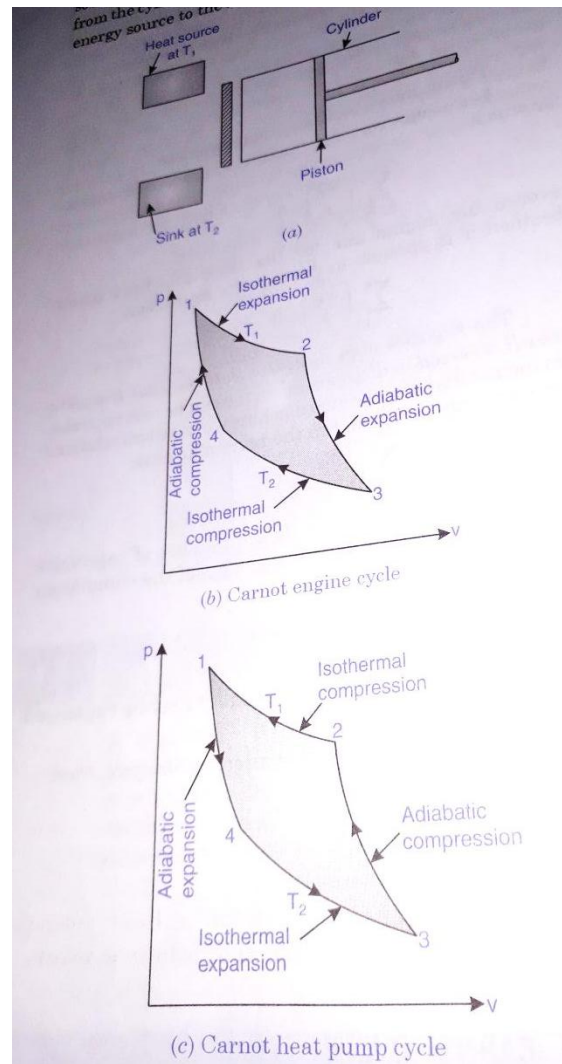


Fig. 1.5

The cycle associated with the Carnot engine as shown in above Fig. 1.5 (b) , using an ideal gas the working substance. It is composed of the following four reversible processes:

### Process 1–2 : An isothermal expansion

Heat transfer reversibly from the high temperature reservoir at constant temperature  $T_1$  . The heat supplied during this process is

$$Q_{12} = mRT_1 \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (1 - 1)$$

### Process 2–3 : An adiabatic expansion

The cylinder is completely insulated so that no heat transfer during this reversible process ,  $Q_{23} = 0$  .

### Process 3–4 : An isothermal compression

Heat is transferred reversibly (heat rejected) to the low temperature reservoir (sink) at constant temperature  $T_2$  . The heat rejected during this process is

$$Q_{34} = mRT_2 \ln \frac{v_3}{v_4} \quad (1-2)$$

### Process 4–1 : An adiabatic reversible compression

The completely insulated cylinder allows no heat transfer during this reversible process  $Q_{41}=0$

From the adiabatic expansion 2–3 and compression 4–1

$$\frac{v_3}{v_2} = \frac{v_4}{v_1}$$

Or 
$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_4} \quad (1-3)$$

نعوض المعادلة (1-3) في المعادلة (1-2)

$$\therefore Q_{34} = mRT_2 \ln \frac{v_2}{v_1}$$

Applied the first law to the cycle, we note that

$$\oint Q = \oint W$$

Or 
$$Q_{12} - Q_{34} = W_{net} \quad (1-4)$$

The efficiency of Carnot cycle is

$$\eta = \frac{\text{net work}}{\text{heat received}} = \frac{W_{net}}{Q_{12}} = \frac{Q_{12} - Q_{34}}{Q_{12}}$$

$$\eta = \frac{mRT_1 \ln \frac{v_2}{v_1} - mRT_2 \ln \frac{v_2}{v_1}}{mRT_1 \ln \frac{v_2}{v_1}}$$



$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad (1 - 5)$$

المعادلة (1-5) تمثل كفاءة كارنو وهي أعلى كفاءة لمحرك يعمل بين درجتين حراريتين  $T_1$  و  $T_2$  .

حيث ان  $T_1$  تمثل درجة حرارة المصدر الحراري ،  $T_2$  هي درجة حرارة ال Sink .

مثال محلول : احسب كفاءة محرك حراري يعمل وفق دورة كارنو بين درجة حرارة مصدر 100 كلفن والوسط البارد sink عند درجة حرارة 60 كلفن.

الحل : نطبق معادلة الكفاءة لكارنو المعادلة (1-5) اعلاه

Given :  $T_1 = 100 \text{ K}$  ,  $T_2 = 60 \text{ K}$

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{100 - 60}{100} = \frac{40}{100} = 0.4 \quad \text{or } (40 \%)$$

وعليه لا يمكن الحصول على كفاءة أعلى من 40% لأي محرك حراري يعمل بين درجتين حرارة 100 كلفن و 60 كلفن .

سؤال : كيف يمكن الحصول على كفاءة أعلى من هذه الكفاءة 40 %

الجواب : حتى نحصل على كفاءة أعلى من 40 % علينا رفع درجة حرارة المصدر الى أكثر من 100 كلفن او خفض درجة حرارة السنك الى أقل من 60 كلفن : نطبق الاجراء الاول برفع درجة حرارة المصدر الى أعلى من 100 كلفن لتكن 150 كلفن على سبيل المثال ونحسب الكفاءة

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{150 - 60}{150} = \frac{90}{150} = 0.6 \quad \text{or } (60\%)$$

او نخفض درجة حرارة السنك الى 30 كلفن بدل من 60 كلفن

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{100 - 30}{100} = \frac{70}{100} = 0.7 \quad \text{or } (70\%)$$

نفهم من هذا ان كفاءة كارنو لا تعتمد على نوع الوقود او اي خواص فيزيائية فقط تعتمد على مديات درجات الحرارة بين الوسطين الحار وهو مصدر الطاقة والسنك الوسط البارد.

### H.W :

Calculate the efficiency of Carnot heat engine working between high temperature reservoir(source)  $T_1=1000 \text{ K}$  , and low temperature reservoir (sink)  $T_2= 300 \text{ K}$ .  
Calculate its efficiency when the temperature of sink decrease to 150 K.

دورة محرك كارنو Carnot engine cycle وكما موضحة بالشكل (1-5b) يكون انتقال الطاقة من وسط عالي في درجة الحرارة source الى وسط منخفض في درجة الحرارة sink وينتج عن هذه الدورة شغل خارجي موجب وكما موضح في الشكل (1-4) .

السؤال : هل يمكن عكس دورة محرك كارنو Reversed Heat Engine يعني هل يمكن نقل الطاقة من الوسط البارد sink الى الوسط الحار source ؟

الجواب : لا يمكن نقل طاقة من وسط بارد الى وسط حار من دون وجود مؤثر خارجي ونقصد بالمؤثر الخارجي هنا من دون صرف شغل خارجي على النظام (external work) .

السؤال : هل توجد اجهزة ومنظومات تعمل بشكل معكوس لدورة محرك كارنو

الجواب : نعم توجد مثل الثلاجة refrigerator والمضخة الحرارية heat pump وكما موضح في الشكل

(1-5c) اعلاه وفي مخطط الدورة لمعكوس دورة كارنو في الشكل (1-6) ادناه :

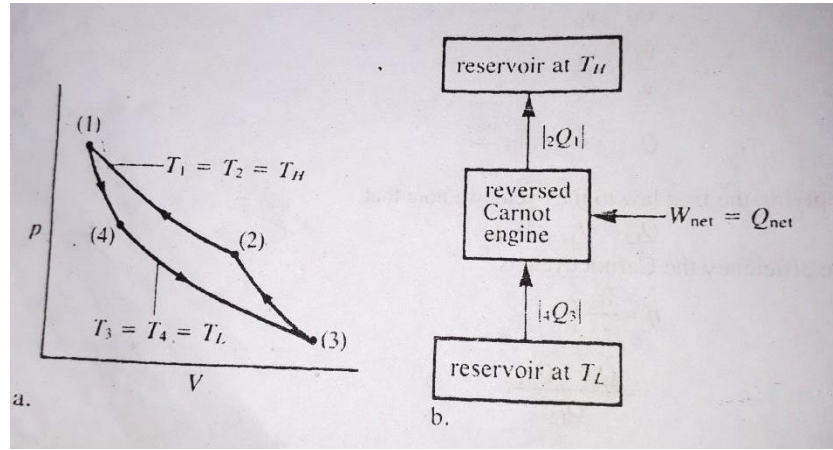


Fig 1.6 diagram for reversed Carnot cycle (Refrigerators and Heat pumps)

يتضح من الشكل اعلاه ان الطاقة  $Q_{43}$  تنتقل من الوسط المنخفض بدرجة الحرارة عند  $T_L$  (نقصد بـ  $T_L$  درجة الحرارة الواطئة Low Temperature) الى معكوس محرك كارنوت (ثلاجة ، مضخة حرارية) بوجود مؤثر خارجي عبارة عن شغل من الخارج (المحيط) الى النظام (المنظومة) اي شغل سالب كما اوضحنا في الكورس الاول ، للتوضيح اكثر نأخذ الثلاجة الوسط البارد فيها هو الفريز المطلوب سحب الحرارة من ماء مطلوب تبريده تم وضعة في كوب كبير داخل الفريز حتى تتم العملية نحتاج الى طاقة كهربائية لتشغيل ما طور الثلاجة اي نحتاج work input واكيد هذا الشغل جهاز من الخارج الى النظام ( المقصود بالنظام هنا هو مائع التبريد غاز الفريون) الموجود داخل الانابيب لان هو الذي يقوم بعملية التبريد (الوسط الناقل للطاقة لان الطاقة حتى تنقل تحتاج الى وسط لنقلها) الحرارة التي تم سحبها من قبل النظام مائع التبريد زائد الطاقة التي جهزت الى المأطور الشغل الداخل يجب على النظام ان يتخلص منها عن طريق طرحها الى المحيط الخارجي عن طريق الشبكة الموجودة خلف الثلاجة او المجمدة وتسمى هذه الشبكة المبادل الحراري heat exchanger وهي الحرارة  $Q_{21}$

$$\therefore Q_{21} = Q_{43} + W_{net}$$

$$Or, W_{net} = Q_{21} - Q_{43}$$

## 1.6 Carnot's Theorem

1. " It states that all engines operating between a given constant temperature source and a given constant temperature sink, none has a higher efficiency than a reversible engine". Refer to Fig.1.7

نشرح في هذه الفقرة من المحاضرة نظرية كارنو ، في الفقرة (١) اعلاه وضحت نظرية كارنو ان كل المحركات التي تعمل بين مصدر (الوسط الحار) درجة حرارته ثابتة ومحددة وبين سنك (الوسط البارد) درجة حرارته ايضا ثابتة ومحددة ، لا تمتلك كفاءة اعلى من كفاءة محرك انعكاسي reversible heat engine . يعني كفاءة المحرك الانعكاسي اعلى من كفاءة المحرك العملي عند اشتغالهما بين نفس المصدر والسنك.

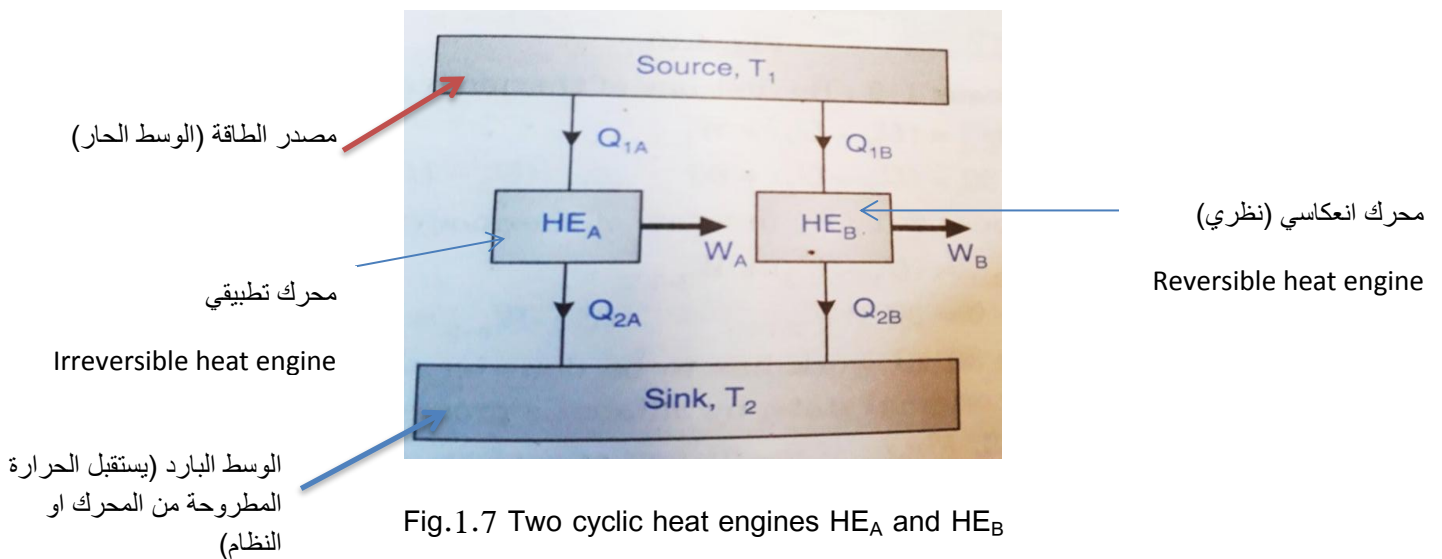


Fig.1.7 Two cyclic heat engines  $HE_A$  and  $HE_B$

Operating between the same source and sink,

Of which  $HE_B$  is reversible.

2.  $HE_A$  and  $HE_B$  are the two engines operating between the given source at temperature  $T_1$  and the given sink at temperature  $T_2$ .

3. Let  $HE_A$  be *any* actual heat engine (irreversible heat engine ) and  $HE_B$  be *any* reversible (ideal) heat engine.

نفرض المحرك الحراري A هو محرك عملي والمحرك B محرك انعكاسي ( مثالي او نظري ويعتبر محرك كارنو ايضا)

4. We have to prove that efficiency of  $HE_B$  is more than that of  $HE_A$ .

المطلوب ان نبهرن ان كفاءة المحرك الانعكاسي B اعلى من كفاءة المحرك العملي A

عندنا الان المحرك A محرك عملي وممكن تسميته محرك تطبيقي وكذلك ممكن ان نسميه محرك لا انعكاسي (irreversible heat engine) هذا يعني يحدث فيه احتكاك (حرارة الاحتكاك) وهذه الحرارة الناتجة من الاحتكاك هي غير الحرارة الباقية من الطاقة الحرارية المجهزة للنظام من قبل المصدر والتي لم يستطيع المحرك تحويلها الى شغل مفيد ، ويجب ان يتخلص منها المحرك عن طريق طرحها الى الـ sink ومعها حرارة الاحتكاك ( لا يمكن لأي محرك تحويل كل طاقة المصدر الى شغل لان لا يوجد محرك كفاءة 100% وهذا حسب تعريف كلفن - بلانك للقانون الثاني لديناميك الحرارة والذي سبق التطرق اليه في المحاضرات السابقة) اصبح واضح ان للمحرك العملي حرارة ناتجة من الاحتكاك وحرارة باقية من حرارة المصدر ، لنسمي مجموع هاتين الحرارتين  $Q_{irreversible}$  ومختصرها  $Q_{irrev.}$ .

اما المحرك B نحن افترضنا انه محرك انعكاسي (مثالي) من الناحية النظرية المحرك الانعكاسي لا يتولد فيه احتكاك ( وعليه حرارة الاحتكاك غير موجودة في المحركات الانعكاسية)

السؤال : ماذا يبقى من حرارة في المحرك الانعكاسي

الجواب : تبقى فقط الحرارة التي لم يتمكن المحرك (النظام) من تحويلها الى شغل وهي نفس الحرارة المتبقية في المحرك A ، لنسمي هذه الحرارة المتبقية في المحرك B الانعكاسي  $Q_{reversible}$  ونختصرها  $Q_{rev.}$

واضح الان ان  $Q_{irrev.}$  اكبر من  $Q_{rev.}$  ، او حسب الشكل (1.7)  $Q_{2A}$  والعائدة للمحرك العملي اكبر من حرارة المحرك الانعكاسي  $Q_{2B}$  ومن الشكل :

$$W_A = Q_{1A} - Q_{2A}$$

$$\text{and , } W_B = Q_{1B} - Q_{2B}$$

Since  $Q_{2A} > Q_{2B}$

NOTE :  $Q_{2A} = Q_{irrev.}$  And  $Q_{2B} = Q_{rev.}$  i.e,  $Q_{irrev.} > Q_{rev.}$

Hence,  $W_B > W_A$

وعليه فالشغل الناتج من محرك انعكاسي ( $W_{rev.}$ ) اكبر من الشغل الناتج من محرك لا انعكاسي ( $W_{irrev.}$ ) ، وكذلك الكفاءة للمحرك العملي تساوي الشغل الانعكاسي ( $W_{irrev.}$ ) مقسوم على طاقة المصدر وهذه الكفاءة اقل من كفاءة المحرك الانعكاسي والتي هي الاخرى تساوي الشغل الانعكاسي ( $W_{rev.}$ ) مقسوم على طاقة المصدر والمقام في الحالتين متساوي لان افترضنا نفس المصدر يجهز المحركين ( $Q_{1A} = Q_{1B}$ ) ، بما ان الشغل الناتج

من المحرك A اقل من الشغل الناتج من محرك B ، وعليه كفاءة المحرك الانعكاسي B ستكون اعلى من كفاءة المحرك العملي A.

### 1.7 Corollary of Carnot's Theorem

" The efficiency of all reversible heat engines operating between the same temperature levels is the same "

تعني كلمة corollary هنا بديهية او نتيجة طبيعية من نظرية كارنو ان تكون كفاءة كل المحركات الانعكاسية (المثالية) والتي تعمل بين نفس درجات الحرارة للمصدر والسنك (levels is the same) هذه الكفاءة تكون متساوية

**مثال حسابي ( 1 ) :** نفرض المحرك A والمحرك B من الشكل 1-7 كلاهما محرك انعكاسي يعملان بين مصدر حراري درجة حرارته 1000 كلفن ، وسنك درجة حرارته 250 كلفن . اثبت ان للمحركين A و B نفس الكفاءة .

الحل : يجب ان نفهم حين نقول محرك انعكاسي نعني به محرك كارنو لان اجراءات (processes) دورة كارنو كلها مثالية

Hence, reversible heat engine  $\equiv$  Carnot heat engine

توضيح العلاقة اعلاه : محرك انعكاسي يعني محرك كارنو ، ونضيف ايضا معلومة اخرى يجب فهمها ان المحرك العملي او يمكن ان نسميه تطبيقي او تجريبي نقصد به (irreversible heat engine) .

نرجع الى السؤال حتى نثبت ان كفاءة محركين انعكاسيين يعملان بين نفس المصدر والسنك يجب ان تكون كفاءتهما نفسها ، وهذه بديهية دورة كارنو

نفرض كفاءة المحرك A هي  $\eta_A$  ونحسبها من العلاقة السابقة لمحرك كارنو

$$\eta_A = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{1000 - 250}{1000} = \frac{750}{1000} = 0.75 \quad \text{or} \quad (75\%)$$

ونفرض ايضا كفاءة المحرك B هي  $\eta_B$

$$\eta_B = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{1000 - 250}{1000} = \frac{750}{1000} = 0.75 \quad \text{or} \quad (75\%)$$

نستنتج من هذا ان جميع المحركات الانعكاسية (reversible heat engines) والتي تعمل بين درجة حرارة 1000 كلفن ودرجة سنك 250 كلفن لها كفاءة (0.75) ولا يمكن الحصول على كفاءة اعلى من هذه الكفاءة اطلاقا ، حتى لا يخالف مبدأ دورة كارنو ، لكن يمكن الحصول على كفاءة اقل او مساوية لهذه الكفاءة لمحرك عملي (irreversible heat engine) يعمل بين نفس درجتي الحرارة وسيتم حل امثلة توضح هذا لاحقا.

## 1.8 The efficiency of irreversible heat engine

في هذه الفقرة نوضح كفاءة محرك عملي ،

كفاءة اي محرك تساوي الشغل الناتج من المحرك مقسوم على الطاقة المجهزة للمحرك ، نفرض هذا الشغل الناتج هو  $W_{net}$  واكيد هذا الشغل هو irreversible work لان المحرك هو irreversible heat engine ، اما حرارة المصدر  $Q_{source}$  او بعض الاحيان في بعض المصادر يشار اليها بالرمز  $Q_H$  او  $Q_{input}$

$$\eta_{irrev.} = \frac{W_{net}}{Q_{input}}$$

From the first law ,  $W_{net} = Q_H - Q_L$

$Q_H$  = Heat source = Heat supplied = Heat input

حرارة المصدر هي نفسها حرارة التجهيز او الحرارة الداخلة الى النظام ، اما

$Q_L$  = Heat sink = Heat rejected = Heat loss

اما الحرارة الزائدة المطروحة الى الخارج ال Sink نسميها الحرارة المفقودة

وعندما نعوض عن الشغل في معادلة الكفاءة تصبح العلاقة التالي:

$$\eta_{irrev.} = \frac{Q_H - Q_L}{Q_H} = \frac{Q_{source} - Q_{sink}}{Q_{source}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_{sink}}{Q_{source}}$$

العلاقة اعلاه تمثل كفاءة محرك عملي efficiency of irreversible (or actual) heat engine

اصبح عندنا علاقتين للكفاءة

**العلاقة الاولى :** كفاءة محرك انعكاسي (يعني محرك كارنو) ويعني ايضا محرك مثالي ويجب التركيز وفهم هذا

هذه العلاقة هي :

$$\eta_{rev.} = \eta_{Carnot} = \frac{T_H - T_L}{T_H} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{T_{source} - T_{sink}}{T_{source}}$$

$$\text{Or } \eta_{rev.} = 1 - \frac{T_{sink}}{T_{source}}$$

**العلاقة الثانية :** كفاءة محرك عملي irreversible heat engine وتحسب من العلاقة التالية :

$$\eta_{irrev.} = 1 - \frac{Q_{sink}}{Q_{source}}$$



## Example(2)

A heat engine operating between two reservoirs receives energy  $Q_1=2100$  KJ by heat transfer from a hot reservoir(source) at  $T_1= 2000$  K and rejects energy  $Q_2=500$  KJ by heat transfer to a cold reservoir(sink) at  $T_2= 400$  K. Determine the reversible and irreversible efficiencies of heat engine.

Solution :

قبل الحل نود توضيح هذا المثال ، في هذا المثال محرك يعمل بين مصدر درجة حرارته 2000 كلفن ويغذي المحرك بطاقة مقدارها 2100 كيلو جول وبين وسط بارد درجة حرارته 400 كلفن ويستقبل طاقه مطروحة من المحرك ( لم يستطيع تحويلها الى شغل ، لأن لا يوجد محرك حتى محرك كارنو النظري يستطيع تحويل كل طاقة المصدر الى شغل) مقدار هذه الطاقة المطروحة معطاة في السؤال ومقدارها 500 كيلو جول

المطلوب ايجاد الكفاءة المثالية ( الانعكاسية او كفاءة كارنو لهذا المحرك ) وكذلك ايجاد الكفاءة الحقيقية او العملية لهذا المحرك وباختصار كم هي كفاءة المحرك اذا كان مثالي (محرك كارنو ) وكم هي كفاءته اذا اعتبرناه محرك حقيقي ويكون الحل حسب الخطوات التالية :

اولا : نعتبر المحرك يعمل لمحرك كارنو اي reversible heat engine ونحسب الكفاءة من العلاقة التالية

$$\eta_{rev.} = \eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{400}{2000} = 0.8 = 80\%$$

ثانيا : عندما يعمل المحرك كمحرك عملي irreversible heat engine ، تحسب الكفاءة من العلاقة التالية :

$$\eta_{irrev.} = \eta_{actual} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{500}{2100} = 0.762 = 76.2\%$$

ثالثا : عند مقارنة كفاءة المحرك الحراري وهو يعمل كمحرك كارنو (اي محرك انعكاسي او مثالي ) نجد ان كفاءته تساوي 80% ، وعندما يعمل كمحرك عملي كانت الكفاءة 76.2% .

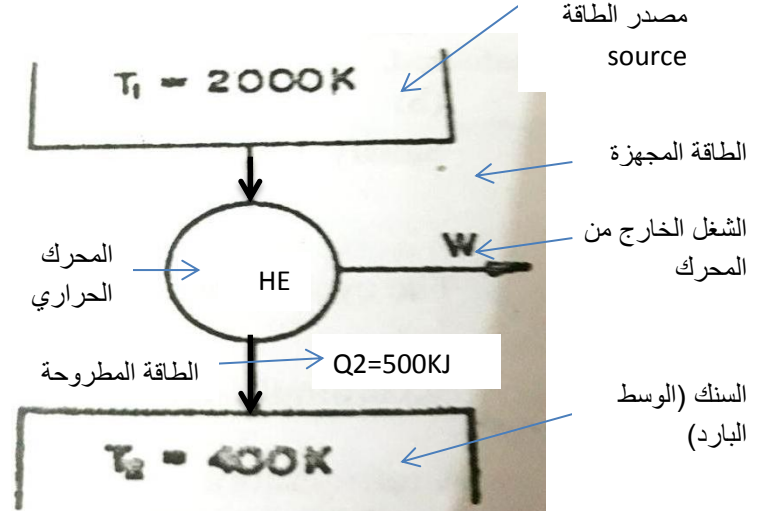
وعليه كفاءة كارنو اعلى من كفاءة المحرك العملي او التطبيقي وكما تم توضيحه في الفقرات اعلاه .

$$\therefore \eta_{rev.} > \eta_{irrev.}$$

الواجبات (H.W)

١. احسب الكفاءة العملية والمثالية reversible and irreversible efficiencies لنفس المثال اعلاه عندما تكون  $Q_1= 2000$  KJ و  $Q_2= 400$  KJ مع بقاء درجتي الحرارة نفسها .

٢. احسب الشغل الانعكاسي  $W_{rev.}$  في Example (2) اعلاه



٣. احسب الشغل العملي (الحقيقي) irreversible work في Example (2) ايضا.

قبل الدخول الى المحاضرة الخامسة وهي تكملة للمحاضرة الرابعة ، نود ان نوضح باختصار خلاصة للمحاضرة الرابعة اعلاه :

خلاصة المحاضرة الرابعة :

١. اذا كان عندنا محركين او اكثر انعكاسيين reversible heat engines (محرك A ، محرك B ، .. الخ) يعملان بين نفس المصدر (الوسط الحار) والسنك (الوسط البارد) فهذه المحركات لها نفس الكفاءة والسبب لان كفاءة اي محرك انعكاسي reversible heat engine ( وهي نفس كفاءة محرك كارنو ) تحسب من العلاقة التالية

$$\eta_{reversible} = \eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_{sink}}{T_{source}}$$

حيث ان :

$T_{source} \equiv T_H = T_1$  وهي درجة حرارة المصدر ويمكن ان يكون رمزها احدى هذه الرموز وحسب المصدر

اما  $T_{sink} \equiv T_L \equiv T_2$  وهي درجة حرارة السنك (يعني الوسط البارد )

٢. اذا كان عندنا محركين A & B ، وكان المحرك A انعكاسي reversible HE والمحرك B هو محرك غير انعكاسي ( يعني محرك عملي او نسميه محرك تطبيقي ) irreversible HE ويمكن كذلك تسميته actual HE

( نقصد بالمختصر HE محرك حراري Heat Engine ) ، فأن كفاءة المحرك الانعكاسي تكون أعلى من كفاءة المحرك الغير انعكاسي ، عرفنا كفاءة المحرك الانعكاسي تحسب من العلاقة اعلاه ، اما كفاءة المحرك غير الانعكاسي فتحسب من العلاقة التالية :

$$\eta_{irreversible} = 1 - \frac{Q_{sink}}{Q_{source}}$$

حيث ان :

$Q_{source} \equiv Q_H \equiv Q_1 \equiv Q_{in}$  وهي طاقة المصدر المجهزة الى المحرك الحراري

اما  $Q_{sink} \equiv Q_L \equiv Q_2 \equiv Q_{out}$  وهي كمية الطاقة المطروحة الى الوسط البارد sink

**ملاحظة :** يمكن لكفاءة محرك غير انعكاسي irreversible HE ان تتساوى مع كفاءة محرك انعكاسي reversible HE لكن من غير الممكن اطلاقا IMPOSSIBLE ان تكون اعلى من كفاءة المحرك الانعكاسي

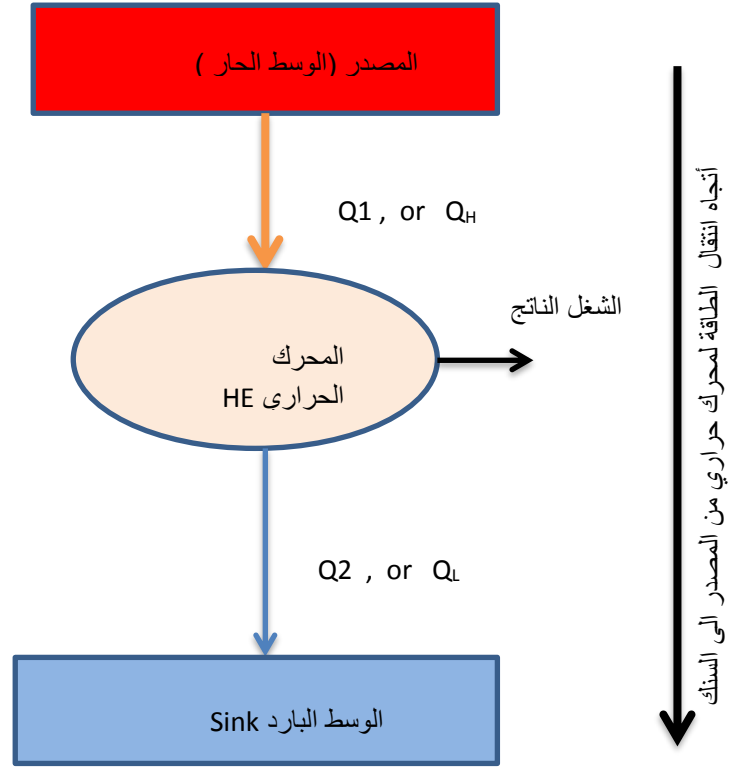
هذا الشكل يمثل مخطط (1) لمحرك حراري الانتباه الى

ما يلي:

١. اتجاه انتقال الطاقة الحرارية من المصدر (الوسط المجهد للطاقة) مثال حجرة الاحتراق في محرك السيارة يعتبر المصدر المجهد للطاقة اللازمة لاستمرار عمل المحرك ومقدار هذه الطاقة هي  $Q_1$

٢. لا يمكن تحويل كل الطاقة  $Q_1$  الى شغل ونعرف ان الشغل عابر لجدران النظام اي لا يخزن داخل النظام ، الطاقة وحدها هي من تخزن داخل النظام ، السؤال اين يذهب النظام بالطاقة الباقية والتي لم تتحول الى شغل ؟ الجواب : يجب ان يتخلص النظام من هذه الطاقة المتبقية عن طريق طرحها الى الخارج وهي  $Q_2$  المطروحة الى السنك (تطرح في محرك السيارة مع العادم الى الجو المحيط الخارجي) ، بالطبع كلما زادت هذه الطاقة كلما قل الشغل الناتج لان الشغل الناتج (الصافي  $W_{net}$ ) يساوي من العلاقة :

$$W_{net} = Q_1 - Q_2$$

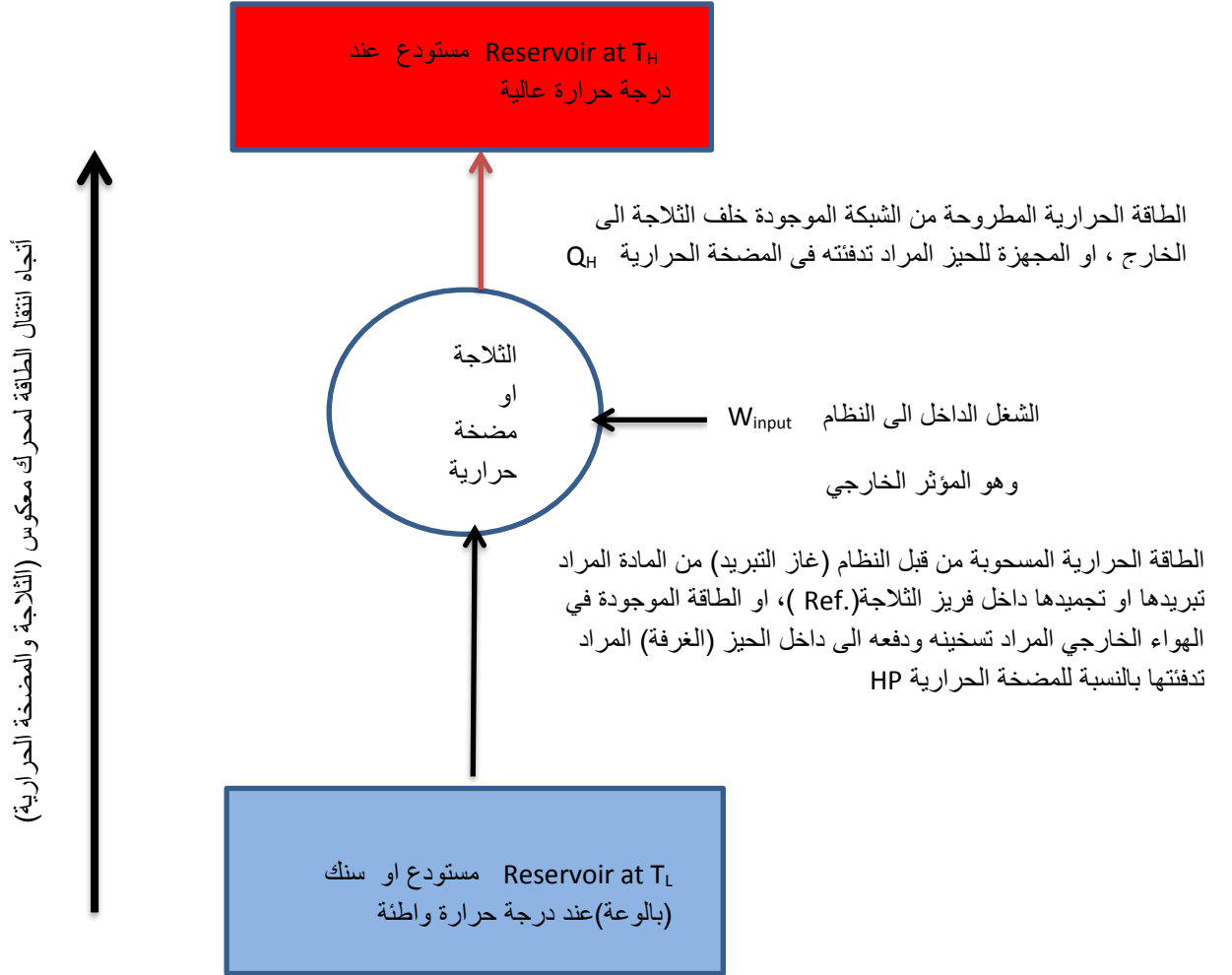


مخطط ( ١ ) يمثل محرك حراري Heat Engine

السؤال هل يمكن للطاقة في المخطط ( ١ ) اعلاه ان تنتقل من الوسط البارد الى الوسط الحار ؟

الجواب : لا يمكن للطاقة ان تنتقل من درجة الحرارة الأقل الى درجة الحرارة الأعلى من دون مؤثر خارجي ؟ يعني بوجود المؤثر الخارجي يمكن للطاقة ان تنتقل بين الوسطين ، السؤال ما هو هذا المؤثر الخارجي ؟ الجواب الشغل او الطاقة الخارجية المجهزة من المحيط الى النظام ، مثال الثلاجة Refrigerator او المضخة الحرارية Heat Pump ، كلاهما يعمل بين وسط بارد باتجاه وسط حار . الطاقة الكهربائية ( الشغل ) المجهزة من المحيط الخارجي الى النظام او المنظومة (غاز التبريد الموجود داخل أنابيب المنظومة يعتبر النظام system والانابيب تعتبر

جدار النظام boundary of system وكل ما موجود خارج جدار النظام يعتبر محيط خارجي surrounding ، وعليه الطاقة الكهربائية اللازمة لتشغيل منظومة التلاجة او المضخة الحرارية تعتبر شغل داخل الى النظام من محيطه الخارجي ( $W_{input}$ ). المخطط (٢) يمثل دورة محرك معكوس reversed heat engine مثال (دورة التلاجة ودورة المضخة الحرارية) .



#### مخطط (٢) محرك معكوس لدورة كارنو Reversed Carnot Cycle

تم حساب الكفاءة الحرارية للمحرك الحراري ( الانعكاسي والتطبيقي) من العلاقات السابقة اعلاه ، المطلوب الان حساب كفاءة المحرك الحراري المعكوس (اي حساب كفاءة التلاجة والمضخة الحرارية) ، نعرف ان قيمة الكفاءة لأي منظومة انعكاسية او تطبيقية لا يمكن ان تصل الى 100% اي حاصل قسمة البسط على المقام لا يمكن ان يساوي ١ ، لكن عند حساب كفاءة التلاجة او المضخة الحرارية نجد ان كفاءتها تزيد عن ١ ، حتى لا تخالف هذه القيمة لمفهوم الكفاءة سميت **معامل الأداء (COP) Coefficient Of Performance** وقيمة معامل الاداء تكون عادتاً اكبر من ١ .

## 1.9 Coefficient of Performance of Refrigerators and Heat Pumps

### معامل الأداء للثلاجة والمضخة الحرارية

$$COP = \frac{\text{Desired energy result}}{\text{work input}}$$

حيث ان COP يمثل معامل الاداء للمنظومة (ثلاجة او مضخة حرارية) .

#### (a) Coefficient of performance of Refrigerator ( $COP_{\text{Refrigerator}}$ )

(أ) المطلوب من عمل الثلاجة هو سحب طاقة حرارية  $Q_L$  من المادة المراد تبريدها مثال ( ماء في اناء كبير مطلوب تبريده وضع داخل فريز الثلاجة ) ، يقوم النظام (غاز التبريد) بسحب هذه الحرارة ( كما في المخطط ٢ ) ، وعليه فأن ال Desired energy result بالنسبة للثلاجة هي  $Q_L$  أو يرمز لها احيانا  $Q_2$  والشغل اللازم لتشغيلها (الطاقة الكهربائية) هو work input

$$\therefore COP_{\text{Refrigerator}} = \frac{Q_L}{W_{\text{input}}} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

#### (b) Coefficient of Performance of Heat Pump ( $COP_{\text{HP}}$ )

(ب) بينما المطلوب من عمل المضخة الحرارية Heat pump هو كم من الطاقة الحرارية تتدفق الى الحيز لتدفئته اي  $Q_H$  او يرمز لها احيانا  $Q_1$  ، والشغل اللازم للتشغيل هو  $W_{\text{input}}$

$$\therefore COP_{\text{Heat pump}} = \frac{Q_H}{W_{\text{input}}} = \frac{Q_H}{Q_H - Q_L} = \frac{T_H}{T_H - T_L}$$

اي ان Desired energy result بالنسبة للمضخة هو  $Q_H$  .

من المخطط (٢) الشغل الداخلى الى المنظومة  $W_{\text{input}}$  يحسب من العلاقة التالية :

$$W_{\text{input}} = Q_H - Q_L$$

## 1.10 The Carnot Principles

### مبادئ دورة كارنو

**1. Corollary 1 :** The efficiency of an irreversible heat engine is always less than the efficiency of a reversible one operating between the same two reservoirs .

**المبدأ الأول (أو البديهية الأولى) لكارنو :** الكفاءة لأي محرك حراري تطبيقي تكون أقل من المحرك الانعكاسي (المثالي) عندما يعملان بين نفس المستودعين (المصدر والسنك) وكلمة corollary نعني بها هنا بديهية أو بديهيات دورة كارنو

**2. Corollary 2 :** No reversible heat engine can be more efficient than another reversible heat engine operating between the same two reservoirs

**المبدأ الثاني (أو البديهية الثانية لكارنو) لكارنو:** إذا كان  $R_1$  و  $R_2$  محركين انعكاسيين فحسب المبدأ الأول اعلاه لا يمكن ان تكون كفاءة المحرك  $R_1$  أعلى من كفاءة المحرك  $R_2$  والعكس صحيح . اي ان كفاءتهما يجب ان تكون متساوية ، عند اشتغالهما بين نفس المصدرين

### 3. For Refrigerators and Heat Pumps :

The corollary 1 may be stated as follows:

" No refrigerator or heat pump operating in a cycle between two heat reservoirs can have a higher COP than a reversible refrigerator or heat pump operating between the same two reservoirs.

بالنسبة للثلاجة أو المضخة الحرارية تخضع لنفس المبدأ الأول لكارنو حيث لا توجد ثلاجة أو مضخة حرارية ( تطبيقية irreversible ) تعمل بدورة بين وسطين أو مستودعين لها معامل اداء COP أعلى من ثلاجة أو مضخة حرارية انعكاسية reversible تعمل بين نفس الوسطين.

### 4. The absolute thermodynamic temperature scale

Corollary 3: " a temperature scale that is independent of the properties of the substances that are used to measure temperature is called an absolute temperature scale.

المبدأ الثالث (أو البديهية الثالثة لكارنو ) : كانت العلاقة لكفاءة دورة كارنو الآتي:

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

نلاحظ من هذه العلاقة ان كفاءة كارنو لا تعتمد على اي خواص فيزيائية للوقود او نوع الوقود او اي عوامل اخرى ما عدا حدود درجات الحرارة بين  $T_1$  و  $T_2$  ، ومن هذه البديهية تم ايجاد ما يسمى مقياس درجة الحرارة الترموديناميكية المطلقة The absolute thermodynamic temperature scale

**ملاحظات حول معامل الأداء للثلاجة والمضخة الحرارية :**

**الملاحظة الاولى :** اذا كانت الثلاجة والمضخة الحرارية منظومات تعملان وفق مبدأ دورة كارنو

**اي reversible refrigerator and reversible heat pump نحسب معامل الاداء من العلاقة التالية :**

**For reversible refrigerator (Carnot reversed heat engine):**

$$COP_{Refrigerator,rev.} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

**For reversible heat pump (Carnot reversed heat engine):**

$$COP_{HP,rev.} = \frac{T_H}{T_H - T_L}$$

**For irreversible refrigerator (actual refrigerator):**

$$COP_{Refrigerator,irrev.} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L}$$

**For irreversible heat pump (actual heat pump):**

**الملاحظة الاخرى :** في حلول الامثلة نستخدم الرموز التالية فقط

$$COP_{Refrigerator} \equiv COP_R$$

$$COP_{Heat Pump} \equiv COP_{HP}$$

**Example(3):** A refrigeration cycle operating between two reservoirs receives energy  $Q_2 = 1000$  KJ from a cold reservoir at  $T_2 = 250$  K and rejects energy

$Q_1 = 1400$  KJ to a cold reservoir at  $T_1 = 300$ K . Determine the coefficient of performance of refrigerator when operates reversibly and irreversibly.

Solution : Given :  $Q_2 = 1000$  KJ =  $Q_L$  ,  $Q_1 = 1400$  KJ =  $Q_H$

$T_2 = 250$  K =  $T_L$  ,  $T_1 = 300$  K =  $T_H$

(a) when the refrigerator operates as reversible (Carnot) cycle :

$$= 5COP_R = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{250}{300 - 250} = \frac{250}{50}$$

معامل الأداء هذا هو اعلى معامل اداء للدورة  $COP_{R,maximum}$  حسب البديهية الاولى لدورة كارنو والتي سبق ذكرها .

(b) When the refrigerator operates as irreversible (actual) cycle :

$$COP_R = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{1000}{1400 - 1000} = \frac{1000}{400} = 2.5$$

هذا هو معامل الاداء للثلاجة العملية (التطبيقية) وهو دائما قيمته تكون اقل من معامل الاداء عندما تشتغل الثلاجة بصورة مثالية .

نستنتج من الحل ان :

$$COP_{R,reversible} > COP_{R,irreversible}$$

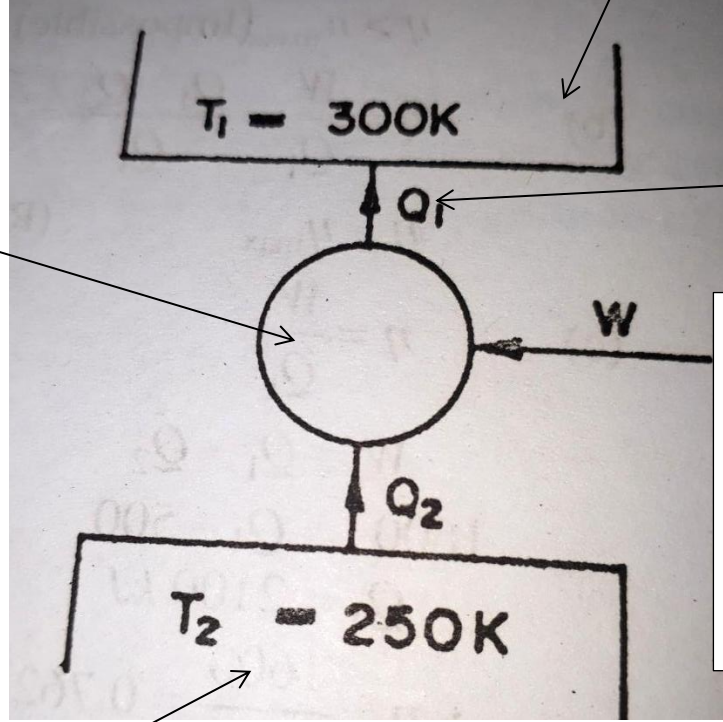


ويمكن توضيح المثال حسب المخطط التالي :

هذا هو الحيز الخارجي (فضاء الغرفة) التي يطرح فيها الحرارة  $Q_1$  من الشبكة الموجودة خلف الثلاجة عند درجة حرارة  $T_1 = 300K = 27^\circ C$

الحرارة  
المطروحة  
لحيز  
الغرفة

الشغل (الطاقة  
الكهربائية)  
اللازمة للتشغيل ،  
من دون هذا  
المؤثر الخارجي  
لا يمكن نقل  
الطاقة من الوسط  
البارد الى الوسط  
الحار



المنظومة او يمكن تسميته النظام system وهو الثلاجة في هذا المثال تعمل بين وسط بارد (حجرة فريز الثلاجة) عند درجة حرارة  $T_2 = 250K = -23^\circ C$  وبين وسط حار عند  $T_1 = 300K = 27^\circ C$  وهي تقريبا درجة حرارة الغرفة داخل البيت او المطبخ الموجودة فيه الثلاجة

حجرة الفريز للثلاجة ، مطلوب من النظام سحب حرارة مقدارها  $Q_2$  من المادة المراد تبريدها او تجميدها من قبل النظام (غاز التبريد) ودرجة الحرارة داخل الفريز  $T_2 = 250K = -23^\circ C$

ملاحظات على النتائج :

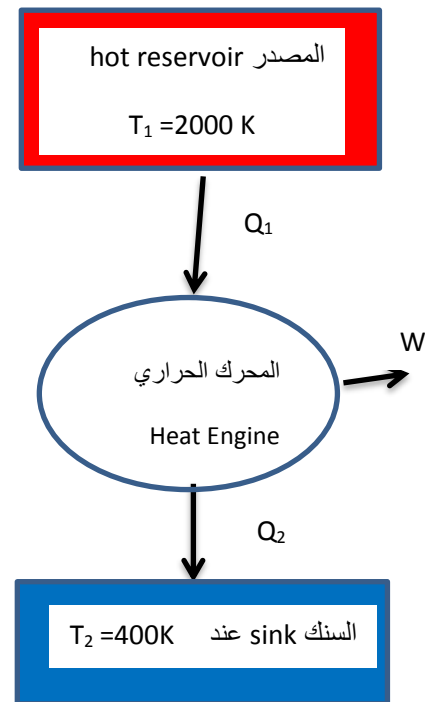
١ . عندما نفترض ان منظومة الثلاجة تعمل عمل دورة كارنو كان معامل الاداء يساوي 5 ، وهو افتراض نظري فقط لأن لا توجد منظومة من الناحية العملية تعمل من دون حدوث خسائر ناتجة من الاحتكاك واسباب تشغيلية اخرى ، لكن دراستها وفق مبدأ عمل دورة كارنو يفيد في معرفة اعلى اداء

٢ . وعندما وجدنا معامل الاداء لمنظومة الثلاجة العملية كان 2.5 وهو اقل من معامل الاداء النظري ، لكن نعرف الآن انه لا يمكن لثلاجة تعمل بين درجة حرارة 300k و 250k ان تعطي معامل اداء اكثر من 5 .

#### Example 4 :

A power cycle operating between two reservoirs receives energy  $Q_1$  by heat transfer from a hot reservoir at  $T_1 = 2000\text{K}$  and rejects energy  $Q_2$  by heat transfer to a cold reservoir at  $T_2 = 400\text{K}$ . For each of the following cases, determine whether the cycle operates reversibly, irreversibly, or is impossible.

- (a)  $Q_1 = 1000\text{KJ}$  ,  $W = 850\text{KJ}$
- (b)  $Q_1 = 2000\text{KJ}$  ,  $Q_2 = 400\text{KJ}$
- (c)  $W = 1600\text{KJ}$  ,  $Q_2 = 500\text{KJ}$
- (d)  $Q_1 = 1000\text{KJ}$  ,  $\eta = 30\%$



Power cycle (Heat Engine Cycle)

Solution :

Given :  $T_1 = 2000\text{K}$  Temperature of source

درجة حرارة الوسط الحار (المصدر) معطاة في السؤال وتساوي 2000 كلفن

$T_2 = 400\text{K}$  Temperature of sink

درجة حرارة الوسط البارد (السنك Sink) وهي ايضا معطاة في السؤال وكانت 400 كلفن.

الدورة المعطاة في هذا السؤال هي دورة الطاقة او تسمى ايضا دورة محرك حراري تعمل بين درجة حاريتين محددتين هي  $T_1 = 2000\text{K}$  ودرجة حرارة الوسط البارد  $T_2 = 400\text{K}$ .

هذه المنظومة الحرارية (اقصد هنا دورة محرك حراري ) والتي تعمل بين هاتين الدرجتين مطلوب ايجاد لكل حالة من الحالات a , b , c , d هل هي دورة انعكاسية reversible cycle ام دورة تطبيقية irreversible cycle او دورة غير ممكنة impossible cycle (نقصد بدورة غير ممكنة يعني تخالف مبادئ القانون الاول والقانون الثاني لديناميك الحرارة )

فمثلا الحالة (a) : في الحالة (a) المحرك يعمل بين درجة حرارة المصدر 2000 كلفن ودرجة حرارة السنك 400 كلفن فاذا كان المصدر ينقل للمحرك (يجهز المحرك) بطاقة  $Q_1$  مقدارها حسب ما معطى في الحالة (a) اعلاه 1000KJ وشغل خارج من المنظومة ( يعني من النظام شغل موجب) قيمته  $W = 850KJ$  ، لهذه الحالة حصرا اختبر المحرك (اختبر الدورة ) هل هي انعكاسية (مثالية) reversible cycle ام عملية (تطبيقية) irreversible cycle ام غير ممكنة impossible cycle للإتمام هذا الاختبار نتبع خطوات الحل التالية :

الخطوة الاولى :

نجد كفاءة كارنو (الكفاءة المثالية) Carnot efficiency or reversible efficiency للدورة من العلاقة التالية لمحرك حراري

$$\eta_{Carnot} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{400}{2000} = 0.8 = 80\%$$

هذه الكفاءة تحسب مرة واحدة لكل الحالات المعطاة في السؤال لان قيمتها تعتمد على درجات الحرارة للوسطين الحار والبارد  $T_1$  و  $T_2$  وهي لم تتغير في هذا السؤال ولجميع الحالات المعطاة.

الخطوة الثانية :

نجد الكفاءة الحقيقية للدورة irreversible efficiency (actual efficiency) وتحسب من العلاقة التالية :

$$\eta_{Irrev.} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

But  $W = Q_1 - Q_2 = 850 KJ$  given

$$\therefore \eta_{Irrev.} = \frac{W}{Q_1} = \frac{850}{1000} = 0.85 = 85\%$$

وجدنا ان قيمة الكفاءة العملية للدورة ( او الحقيقية او الفعلية ) تساوي 85% ، من غير الممكن ان تكون كفاءة دورة اي منظومة تطبيقية ( فيها خسائر فعلية او نسيمها هدر اجباري لطاقة النظام بسبب الاحتكاك) اعلى من كفاءة دورة مثالية (نظرية او انعكاسية او كفاءة كارنو سميها ما شئت من هذه المسميات ) لأنها بدون خسائر.

وعلى دورة منظومة تعمل وفق معطيات الحالة (a) هي دورة غير ممكنة الحدوث

Since  $\eta_{irrev.} > \eta_{rev.}$  Impossible cycle for case (a)

الحالة (b) : الانتباه الى نقطة مهمة جدا ان هذه الدورة المعطاة في السؤال تعمل بين درجتي الحرارة 2000K و 400K ولجميع الحالات وعليه كفاءة كارنو للدورة في الحالة (b) سوف لم تتغير وتبقى قيمتها 80% ، اذن مطلوب منا حساب الكفاءة الفعلية للدورة عندما تكون

الكفاءة لكارنو وتحديد نوع الدورة وحسب الاتي :  
 $Q_1 = 2000\text{KJ}$  والحرارة المطروحة الى السنك  $Q_2 = 400\text{KJ}$  للحالة (b) فقط ومقارنتها مع

$$\eta_{irrev.} = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{2000 - 400}{2000} = \frac{1600}{2000} = 80\%$$

وجدنا للحالة (b) ان الكفاءة الحقيقية تساوي الكفاءة النظرية ، وهذا يعني ان الدورة في الحالة (b) تعمل كدورة انعكاسية

Since  $\eta_{irrev.} = \eta_{rev.}$  this cycle is reversible cycle

الحالة (c):

في هذه الحالة كفاءة كارنو باقية 80% ، نحسب الكفاءة الفعلية حسب الأتي:

معطيات الحالة (c)  $W=1600\text{KJ}$  والحرارة المطروحة الى السنك  $Q_2 = 500\text{KJ}$  ، من هذه المعطيات نجد حرارة المصدر  $Q_1$  من العلاقة التالية

$$W = Q_1 - Q_2 \Rightarrow 1600 = Q_1 - 500$$

$$\therefore Q_1 = 1600 + 500 = 2100 \text{ KJ}$$

$$\therefore \eta_{irrev.} = \frac{W}{Q_1} = \frac{1600}{2100} = 0.762 = 76.2\%$$

الدورة في هذه الحالة (c) هي دورة فعلية (تطبيقية او حقيقية ) لان كفاءتها اقل من الكفاءة لكارنو

Since  $\eta_{irrev} < \eta_{rev.}$  This cycle is irreversible cycle

الحالة (d) :

معطيات هذه الحالة (d) هي حرارة المصدر  $Q_1 = 1000 \text{ KJ}$  والكفاءة الفعلية

$\eta_{irrev.} = 30\%$  ، وعند مقارنة هذه الكفاءة مع الكفاءة لكارنو والتي تساوي 80% نجدها اقل وعليه تكون الدورة في الحالة (d) دورة فعلية

Since  $\eta_{irrev.} < \eta_{rev.}$  This cycle is irreversible cycle

### Example 5:

هذا المثال على دورة منظومة محرك حراري معكوس (دورة التلاجة والمضخة الحرارية)

A refrigerator cycle operating between two reservoirs receives energy  $Q_2$  from a cold reservoir at  $T_2 = 250 \text{ K}$  and rejects energy  $Q_1$  to a hot reservoir at  $T_1 = 300 \text{ K}$  . For each of the following cases determine whether the cycle operates reversibly, irreversibly or is impossible .

(a)  $Q_2 = 1000 \text{ KJ}$  ,  $W = 400 \text{ KJ}$

(b)  $Q_2 = 2000 \text{ KJ}$  ,  $Q_1 = 2200 \text{ KJ}$

(c)  $Q_1 = 3000 \text{ KJ}$  ,  $W = 500 \text{ KJ}$

(d)  $W = 400 \text{ KJ}$  ,  $COP = 6$

Solution:

Given  $T_1 = 300 \text{ K} = 27^\circ \text{C}$

درجة الحرارة  $T_1$  تمثل درجة حرارة المحيط الخارجي (درجة حرارة الغرفة الموجودة فيها التلاجة)

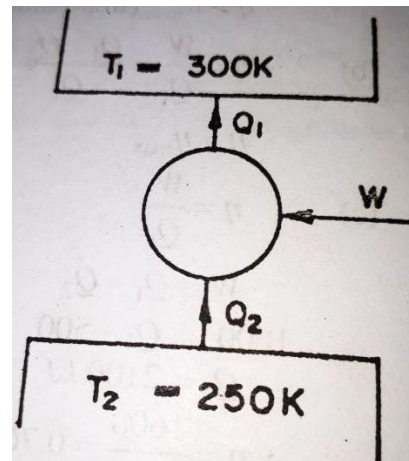
$T_2 = 250 \text{ K} = -23^\circ \text{C}$

تمثل درجة الحرارة  $T_2$  درجة حرارة الحيز داخل فريز التلاجة

تمثل  $Q_2$  كمية الحرارة المنتقلة من المادة المراد تبريدها او تجميدها الى النظام (غاز التبريد)

يمثل الشغل  $W$  الطاقة الكهربائية اللازمة لتشغيل المنظومة (التلاجة) وهذا الشغل يجهز من خارج النظام (مصدر خارجي)

تمثل  $Q_1$  كمية الحرارة المطروحة من النظام (غاز التبريد) عن طريق الشبكة المعدنية الموجودة خلف التلاجة الى المحيط الخارجي وهذه الطاقة تساوي  $Q_1 = (Q_2 + W)$  او  $(W = Q_1 - Q_2)$



Refrigerator cycle

الحالة الاولى (a) :

نجد معامل الاداء المثالي (reversible or Carnot coefficient of performance)

$$COP_{rev.} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{250}{300 - 250} = 5$$

معامل الاداء هذا يمثل اعلى معامل اداء للدورة وقيمته تعتمد فقط على درجات الحرارة للوسطين التي تعمل بينهما المنظومة ، كما هو الحال بالنسبة للكفاءة المثالية في المثال (٤) اعلاه ، المطلوب تحديد نوع دورة المنظومة عندما تعمل وفق المعطيات للحالة (a) اي عندما تكون  $Q_2 = 1000\text{KJ}$  والشغل اللازم لتشغيل المنظومة  $W = 400\text{KJ}$  ، من هذه المعطيات نحسب معامل الاداء الفعلي للدورة من العلاقة التالية :

$$COP_{irrev.} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{Q_2}{W} = \frac{1000}{400} = 2.5$$

Since  $COP_{irrev.} <$

$COP_{rev.}$  This refrigerator cycle is irreversible

الحالة (b):

عندنا في هذه الحالة المعطيات التالية  $Q_2 = 2000\text{KJ}$  والحرارة المطروحة الى المحيط الخارجي  $Q_1 = 2200\text{KJ}$  ، لكن المنظومة باقية تعمل بين نفس درجات الحرارة اي معامل الاداء المثالي لم يتغير وتبقى قيمته تساوي ٥

نحسب معامل الاداء لدورة المنظومة الفعلية من العلاقة

$$COP_{irrev.} = \frac{Q_2}{W} = \frac{2000}{Q_1 - Q_2} = \frac{2000}{2200 - 2000} = 10$$

Since  $COP_{irrev.} > COP_{rev.}$  This cycle is impossible

الحالة (c):

معطيات هذه الحالة هي  $Q_1 = 3000\text{KJ}$  والشغل  $W = 500\text{KJ}$  ، من هذه المعطيات نستطيع ايجاد  $Q_2$  من العلاقة

$$W = Q_1 - Q_2$$

$$500 = 3000 - Q_2$$

$$\therefore Q_2 = 2500 \text{ KJ}$$

الان يمكن ايجاد معامل الاداء لدورة الثلاجة الفعلية ومقارنته مع معامل الاداء المثالي (معامل اداء كارنو)

$$COP_{irrev.} = \frac{Q_2}{W} = \frac{2500}{500} = 5$$

ممکن كما ذكرنا في المحاضرة الخامسة ان تكون كفاءة او معامل الاداء لمنظومة مساوي لكفاءة مثالية لكن من غير الممكن ان تكون اعلى منها.

Since  $COP_{irrev.} = COP_{rev.}$  This cycle is reversible

الحالة (c) :

في الحالة (c) المعطيات كانت معامل الاداء لمنظومة الثلاجة الفعلية يساوي 6 وهو اعلى من معامل الاداء للثلاجة وهي تعمل وفق دورة كارنو والذي تم حسابه وكان 5 ، وهذا غير ممكن لان يخالف القانون الثاني لديناميك الحرارة

Since  $COP_{irrev.} > COP_{rev.}$  This cycle is impossible cycle

## Chapter 2

### Entropy

#### 2-1 Introduction

It may be noted that all heat is not equally valuable for converting into work. Heat that supplied to a substance (system) at high temperature has a greater possibility of conversion into work than heat supplied to a substance at a lower temperature.

**توضيح المقدمة :** عرفنا في الكورس الاول مفهوم القانون الاول لديناميك الحرارة

$(\oint Q = \oint W)$  او بمعنى اخر (مجموع الطاقات الداخلة = مجموع الطاقات الخارجة) يعني القانون الاول يتعامل مع كمية الطاقة فقط ، اي قانون حفظ الطاقة لأن الطاقة لا تفنى ولا تستحدث ولكن يمكن ان تتحول من شكل الى اخر. لكن المقدمة اعلاه توضح انه من غير الممكن ان تتحول (converting) كل الحرارة الى شغل . فالحرارة المجهزة الى مادة (او نظام) درجة حرارته عالية عنده امكانية تحويل الحرارة الى شغل اعلى من النظام الذي درجة حرارته واطنة . وعليه توجد خاصية ثرموديناميكية تعبر عن قابلية التحويل هذه ، هذه الخاصية تسمى الأنتروبي Entropy ويرمز لها  $S$  ( مهم ان تعرف ان هذه الخاصية هي دالة لكتلة النظام)

$S = f(\text{mass of system})$  اي الأنتروبي هي خاصية **Extensive property** ، اما

التغير في الأنتروبي the change in entropy فيرمز لها  $\Delta S$  .

**Entropy : is a function of a quantity of heat which shows the possibility of conversion of that heat into work .**

الانتروبي: هو دالة كمية الحرارة التي توضح امكانية تحويل تلك الحرارة الى شغل

#### Notes :

1. the increase in entropy is small when heat is added at a high temperature



2. the increase in entropy is high when heat is added at a low temperature.

في الملاحظات اعلاه بينا ان الزيادة في الانتروبي تكون قليلة عندما تضاف الحرارة الى مادة (نظام) درجة حرارته عالية ، بينما تكون تلك الزيادة عالية عند اضافة الحرارة الى مادة او نظام درجة حرارته واطنة والسبب هو ان قانون التغير في الانتروبي موضح في العلاقة التالية:

$$\Delta s = \frac{Q}{T} \quad (2 - 1)$$

Where  $Q$  = Heat ,  $T$  = absolute temperature

من العلاقة (2-1) البسط يمثل كمية الحرارة وهي اما تكون مضافة للمادة فتزيد انتروبية النظام او مسحوبة من المادة فتقلل الانتروبية ، اما  $T$  فتمثل درجة الحرارة المطلقة وهي دائما موجبة. اي اشارة التغير في الانتروبي موجبه او سالبة تعتمد فقط على اشارة الحرارة  $Q$  وسبق وأن عرفنا ان اشارة  $Q$  موجبة للحرارة المكتسبة وسالبة للحرارة المفقودة .

## 2.2 Inequality of Clausius

متباينة كلاسيوس : العلاقة الرياضية لهذه المتباينة هي :

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0 \quad (2 - 2)$$

العلاقة (2-2) تمثل متباينة كلاسيوس Clausius Inequality ويمكن شرحها باختصار في ادناه :

" The inequality of Clausius is a relation between the heat transfers of a system with an arbitrary number of heat reservoirs and the absolute temperatures of these reservoirs when the system undergoes a cycle " .

Where  $\oint$  = cyclic integral

١ . يكون هذا التكامل في متباينة كلاسيوس لدورة كاملة واقصد بالدورة الكاملة هي نفس الدورة لمحرك حراري *heat engine cycle* او دورة منظومة الثلاجة او المضخة الحرارية

*reversed heat engine cycle* ] ماذا يحدث للحرارة عندما تنتقل من المصدر الى المحرك ومن ثم الى السنك ، هل تتحول كلها الى شغل يخرج من المحرك ؟ ام يتحول جزء منها الى شغل والباقي تطرح الى السنك؟ اكد حسب تعريف كلاسيوس للقانون الثاني يتحول قسم من الحرارة الى شغل لان لا توجد منظومة تحول كل حرارة المصدر الى شغل لتصبح كفاءتها ١٠٠% هذا مستحيل .... السؤال الآن كم من حرارة المصدر يستطيع المحرك تحويلها الى شغل ؟ الجواب / تعتمد على مقدار الخسائر الحرارية التي تحدث داخل دورة المنظومة اي بمعنى اخر في كل دورة تطبيقية *irreversible cycle* والناجمة من مجموعة من الإجراءات التطبيقية *irreversible processes* توجد خسائر فعلية مثال ( عندما تنتقل الطاقة من المصدر وهي  $Q_H$  ودرجة حرارته  $T_H$  يحدث هدر او ضياع من هذه الطاقة بسبب الاحتكاك والمعبر عن مقدار هذا الهدر او الضياع هي خاصية الانتروبية ، حيث ان حاصل قسمة الطاقة  $Q_H$  على درجة الحرارة المطلقة  $T_H$  يمثل مقدار التغير في انتروبية المصدر *the change in entropy of source* ، وكلما زادت قيمة هذا التغير  $\Delta S$  كلما كانت مؤشر على الزيادة في هدر وضياع في طاقة المصدر (نخسر فرصة تحويل هذه الطاقة المهدورة الى شغل مفيد ).

٢. نفس الشيء بالنسبة للطاقة  $Q_L$  المنتقلة الى السنك عند درجة حرارة  $T_L$  ، حاصل قسمة الطاقة الحرارية  $Q_L$  على درجة الحرارة المطلقة للسنك  $T_L$  يمثل مقدار التغير في انتروبية السنك  $\Delta S$  ، وكلما زادت قيمة التغير هذه كلما كانت مؤشر على وجود هدر وضياع من طاقة النظام وخسارتنا لفرصة تحويلها الى شغل مفيد .

٣. من خلال معرفتنا سابقا ان :

(١) الحرارة الداخلة الى النظام *heat supplied to system* تكون موجبة  $+Q$

(٢) الحرارة الخارجة من النظام *heat rejected(or loss) from the system* تكون

سالبة  $-Q$

(٣) درجة الحرارة المطلقة *absolute temperature*  $T(K)$  تكون دائما موجبة .

(٤) اصبح عندنا الآتي :

$$\Delta S_{source} = \frac{Q_H}{T_H} \quad (2 - 3)$$

Where :

$\Delta S_{source}$  = the change in entropy of source

$Q_H$  = the heat source (KJ ) (positive value +ve )

$T_H$  = the absolute temperature of source (K)

and

$$\Delta S_{sink} = \frac{Q_L}{T_L} \quad (2 - 4)$$

Where :

$\Delta S_{sink}$  = the change in entropy of sink

$Q_L$  = the heat of sink (KJ ) (negative value -ve )

$T_L$  = the absolute temperature of sink (K)

( ٥ ) من المعادلة (2-2) اعلاه :

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

يمكن ان تكتب هذه العلاقة بهاتين الصيغتين :

الاولى : للدورة الانعكاسية ( المثالية ) reversible cycle تكون بهذه الصيغة :

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad \text{for reversible cycle} \quad (2 - 5)$$

الثانية : للدورة التطبيقية irreversible cycle وتكون بهذه الصيغة :

$$\oint \frac{\delta Q}{T} < 0 \quad \text{for irreversible cycle} \quad (2-6)$$

( ٦ ) يمكن فك العلاقة في المعادلة ( ٢,٢ ) رياضيا وحسب الآتي في ادناه :

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L} \leq 0 \quad (2-7)$$

هذا يعني لأي دورة منظومة :

$$\frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L} = 0 \quad \text{for reversible cycle}$$

$$\frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L} < 0 \quad \text{for irreversible cycle}$$

(٧) العلاقة في المعادلة (2-7) او مفكوكها في المعادلتين اعلاه تمثل متباينة كلاسيوس

Note : it is to be noted that the inequality of Clausius provides a test for the reversibility of a cycle. If

- the cycle is reversible  $\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$
- it is irreversible and possible  $\oint \frac{\delta Q}{T} < 0$
- the cycle is impossible because it violates the Kelvin- Planck statement of the second law of thermodynamics  $\oint \frac{\delta Q}{T} > 0$

تعطي متباينة كلاسيوس اختبار وتحديد لانعكاسية الدورة ، عندما تكون الانتروبية المنتقلة بواسطة الحرارة Q داخل تكامل الدورة يساوي صفر فالدورة تكون مثالية (انعكاسية) ، وعندما تكون هذه الانتروبية اقل من صفر فالدورة تكون عملية (او تطبيقية ) وهي دورة فعلية وممكنة ) دورة اي منظومة عملية تعمل وفق هذه العلاقة ونقصد ان الانتروبية المنتقلة مع الحرارة داخل التكامل تكون اقل من صفر .... اما الحالة الغير ممكنة هي ان تكون الانتروبية المنتقلة مع الحرارة للدورة اكبر من صفر (

## 2.3 Increase of entropy principle

مبدأ زيادة الإنتروبية : في هذه الفقرة من مبدأ زيادة الإنتروبية ، يتطلب من الكل فهم مايلي :

١ . نفرض عندنا كوب ماء ساخن ، من المؤكد ان الحرارة  $Q$  تنتقل من الماء الساخن (اي النظام

system) الى المحيط surroundings ، نفرض انتروبية الماء الساخن قبل انتقال الحرارة  $Q$

هي  $S_1$  وبعد الانتقال اصبحت  $S_2$  ، والفرق بينهما يمثل التغير في الانتروبي للنظام

$$\Delta S_{system} = S_2 - S_1 = \frac{Q}{T_{system}}$$

٢ . الحرارة  $Q$  المنتقلة من الماء الساخن تعتبر مفقودة من قبل النظام ومكتسبة من قبل المحيط

لان الطاقة لا تفنى ولا تستحدث ، اي التغير في انتروبية المحيط يمكن ان نعبر عنها بالعلاقة

التالية :

$$\Delta S_{surrounding} = \frac{Q}{T_{surrounding}}$$

٣ . الحرارة  $Q$  في الفقرة الاولى تكون اشارتها سالبة لأنها مفقودة من قبل النظام باتجاه المحيط ،

نفس كمية الحرارة  $Q$  التي فقدها النظام اكتسبها المحيط اي اشارتها بالنسبة للمحيط موجبة ،

وعليه  $\Delta S_{system}$  سوف تقل decrease بينما  $\Delta S_{surrounding}$  سوف تزداد

٤ . مثال محلول : نفرض عندنا الاتي :

The heat transfer from the system to surrounding  $Q = 60 \text{ KJ}$

Temperature of system  $T_{system} = 100 \text{ }^\circ\text{C}$

Temperature of surroundings  $T_{surround.} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$

Calculate : 1. Change in entropy of system 2. Change in entropy of surrounding

المطلوب : ١. حساب التغير في إنتروبية النظام ٢. التغير في إنتروبية المحيط

Solution :

العلاقة العامة للتغير في الإنتروبي هي :

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

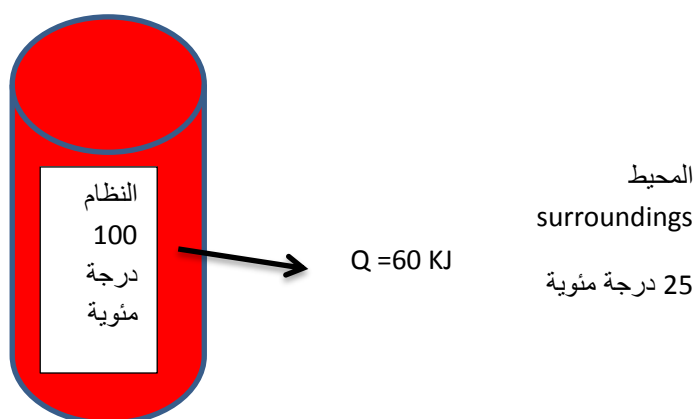
نطبق العلاقة على النظام

$$\Delta S_{system} = \frac{Q}{T_{system}} = \frac{-60}{100 + 273} = \frac{-60}{373} = -0.16 \frac{KJ}{K},$$

decrease in entropy of system

$$\Delta S_{surround.} = \frac{Q}{T_{surround.}} = \frac{+60}{25 + 273} = \frac{60}{298} = +0.2 \frac{KJ}{K}$$

Increase in entropy of surroundings

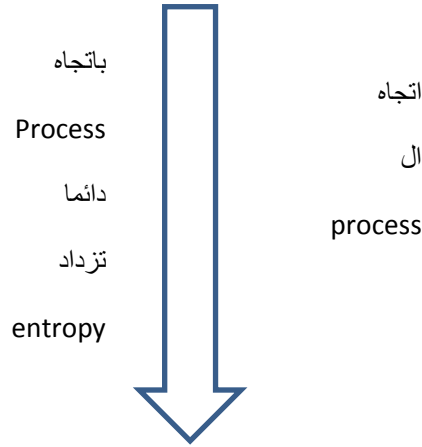


من النتائج وجدنا التغير في إنتروبية النظام تقل ، بينما التغير في إنتروبية المحيط تزداد

السؤال : انتقال الحرارة من النظام الى المحيط تمثل process ، اتجاه هذه ال process واضح من النظام الى المحيط (من الوسط الحار الى الوسط البارد ) السؤال هنا ماذا نعني بمبدأ زيادة الإنتروبية

أالجواب : من النتائج وجدنا التغير في إنتروبية النظام كان  $0.16 \text{ KJ/K}$  بينما كان التغير في إنتروبية المحيط يساوي  $0.2 \text{ KJ/K}$  وهذا التغير هو اكبر كقيمة مطلقة من التغير في إنتروبية النظام

هام : دائما تزداد الإنتروبية باتجاه ال PROCESS



## 2.4 Entropy change for a closed system

التغير في الإنتروبي لنظام مغلق

### 2.4.1 General case for change of entropy of a gas

هذه الفقرة تتضمن اشتقاق المعادلة العامة للتغير في الإنتروبي لغاز (اي مادة النظام هي غاز)

Let 1 kg of gas at a pressure  $p_1$  , volume  $v_1$  , absolute temperature  $T_1$  , and entropy  $s_1$  , be heated such that its final pressure , volume , absolute temperature and entropy are  $p_2$  ,  $v_2$  ,  $T_2$  and  $s_2$  respectively. Then by the law of conservation of energy ,

$$dQ = du + dw \quad (1)$$

where ,  $dQ$ = small change of heat

$du$  = small internal energy, and

$dw$  = small change in work done ( note that  $dw = p dv$  ).

إذا كان ١ كغم من غاز عند ضغط  $p_1$  وحجم  $v_1$  ودرجة حرارة مطلقة  $T_1$  وانتروبية  $S_1$  وتم تسخينه ليصبح ضغطه النهائي وحجمه ودرجة حرارته والانتروبيه هي على التوالي  $P_2, V_2, S_2, T_2$  , من علاقة قانون حفظ الطاقة ( القانون الاول لديناميك الحرارة ) والموضح بالعلاقة (١) اعلاه ، يمكن اشتقاق علاقة عامة للتغير في انتروبية الغاز انف الذكر وحسب الاتي :

$$\text{Now , } dQ = du + dw$$

$$\text{For gas : } du = c_v dT \quad \text{and} \quad dw = p dv$$

$$\text{Hence , } dQ = c_v dT + p dv \quad (2)$$

Dividing equation (2) by T , we get

$$\frac{dQ}{T} = \frac{c_v dT}{T} + \frac{p dv}{T} \quad (3)$$

But ,

$$\frac{dQ}{T} = dS \quad (4)$$

$$\text{And for gas , } pv = RT \quad \text{or} \quad \frac{p}{T} = \frac{R}{v} \quad (5)$$

نعوض المعادلات (4) و (5) في (3)

$$\text{Hence , } ds = \frac{c_v dT}{T} + R \frac{dv}{v}$$

Integrate both sides , we get

$$\int_{s_1}^{s_2} ds = c_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + R \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v}$$

Or ,

$$(s_2 - s_1) = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (6)$$

العلاقة في المعادلة (6) تمثل المعادلة العامة للتغير في الانتروبي لغاز بدلالة درجة الحرارة والحجم ومن هذه العلاقة نستطيع إيجاد علاقات أخرى وحسب الاتي :



من معادلة الغازات

$$\frac{p_1 v_1}{T_1} = \frac{P_2 v_2}{T_2} \quad \text{or} \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2}{P_1} \times \frac{v_2}{v_1} \quad (7)$$

Substituting the value of  $\frac{T_2}{T_1}$  in eqn. (7) in eqn. (6) , we get

$$(s_2 - s_1) = c_v \ln \frac{p_2}{p_1} \times \frac{v_2}{v_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$(s_2 - s_1) = c_v \ln \frac{p_2}{p_1} + c_v \ln \frac{v_2}{v_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$(s_2 - s_1) = c_v \ln \frac{p_2}{p_1} + (c_v + R) \ln \frac{v_2}{v_1}$$

And  $c_v + R = c_p$

$$(s_2 - s_1) = c_v \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (8)$$

المعادلة (8) تمثل تغير في انتروبية الغاز بدلالة **الضغط والحجم**

مرة ثانية من المعادلة (7) يمكن إيجاد العلاقة التالية :

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{P_1}{P_2} \times \frac{T_2}{T_1}$$

نعوض عن  $\frac{v_2}{v_1}$  في المعادلة (6) اعلاه لنحصل على :

$$(s_2 - s_1) = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{P_1}{P_2} \times \frac{T_2}{T_1}$$

$$(s_2 - s_1) = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{P_1}{P_2} + R \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$(s_2 - s_1) = (c_v + R) \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{P_1}{P_2}$$

$$(s_2 - s_1) = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \quad (9)$$

تم تغير الإشارة من موجب الى سالب بعد تغير  $\frac{P_1}{P_2}$  الى  $\frac{P_2}{P_1}$  ، المعادلة (9) تمثل التغير في انتروبية الغاز بدلالة **درجة الحرارة والضغط**

### 2.3.2 Heating a gas at constant volume

تعرفنا مسبقا وجود خمسة اجراءات يمكن لغاز مثالي المرور بها five processes وهذه الاجراءات هي ١. **اجراء بثبوت الحجم** constant volume process ، ٢. **اجراء بثبوت الضغط** constant pressure process ، ٣. **اجراء بثبوت درجة الحرارة** constant temperature process ويسمى ايضا isothermal process ، ٤. **اجراء أديباتك** Polytropic process ( Q=0) ، ٥. **الاجراء العام**

المحاضرة القادمة نوضح لكم كيف تصبح المعادلات (6) ، (8) ، (9) اعلاه لكل اجراء من هذه الاجراءات الخمسة مع حلول امثلة حسابية وشرحها بالتفصيل .

الآن اصبح عندنا ثلاثة معادلات (6) المعادلة الاساسية ومنها وجدنا المعادلات (8) والتي تمثل التغير في الانتروبي بدلالة الضغط والحجم والمعادلة (9) والتي تمثل التغير في الانتروبي بدلالة درجة الحرارة والضغط .

نعيد كتابة المعادلات الثلاثة وحسب الآتي :

المعادلة (6) :

$$(s_2 - s_1) = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (6)$$

نطبق الإجراءات processes الخمسة على المعادلة (6) :

**الاجراء الاول : اجراء ثبوت الحجم** Heating a gas at constant volume

الحد الثاني من المعادلة (6) هو  $\ln \frac{v_2}{v_1}$  ولكون الحجم ثابت اي  $v_1 = v_2$  ليصبح  $\ln \frac{v_1}{v_2} = \ln 1 = 0$  وتصبح المعادلة (6) لأجراء ثبوت الحجم الآتي :

$$(s_2 - s_1) = c_v \ln \frac{T_2}{T_1}$$

والمعادلة (8) تصبح

$$(s_2 - s_1) = c_v \ln \frac{p_2}{p_1}$$

اما المعادلة (9) تبقى نفسها لا تتغير لان لا يوجد فيها حد التغير في الحجم

$$(s_2 - s_1) = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad \text{not change} \quad (9)$$

الأجراء الثاني : *Heating a gas at constant pressure* اي الأجراء بثبوت الضغط مع التسخين للغاز

المعادلة (6) لا تتغير لان لا يوجد فيها حد تغير الضغط

$$(s_2 - s_1) = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (6) \quad \text{not change}$$

$$\text{المعادلة (8) يصبح الحد } \ln \frac{p_2}{p_1} = \ln 1 = 0 \text{ (ملاحظة } \ln 1 = 0)$$

ويبقى من المعادلة (8) فقط الآتي:

$$(s_2 - s_1) = c_p \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (8)$$

والمعادلة (9) تصبح :

$$(s_2 - s_1) = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (9)$$

الأجراء الثالث : اجراء تبوٲ درجة الحرارة isothermal process

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \ln 1 = 0 \quad (\text{since } T_1 = T_2 = T) \quad \text{ملاحظة كل}$$

المعادلة (6) تصبح أآتي :

$$(s_2 - s_1) = R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

والمعادلة (8) لا تتغير

$$, \text{ not change } (s_2 - s_1) = c_v \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \ln \frac{v_2}{v_1}$$

اما المعادلة (9) تصبح أآتي :

$$(s_2 - s_1) = -R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

الاجراء الأديباتيكي (Q=0) adiabatic process

لاحظ في هذا الأجراء :

$$dQ = 0$$

$$\therefore ds = \frac{dQ}{T} = 0$$

Hence for adiabatic process :

$$ds = 0$$

وبعد اجراء التكامل يكون عندنا للأجراء الاديباتيكي :

$$\Delta s = 0 \quad \text{or} \quad s_2 - s_1 = 0 \quad \therefore s_1 = s_2 = s = \text{constant}$$

ملاحظة مهمة جدا :

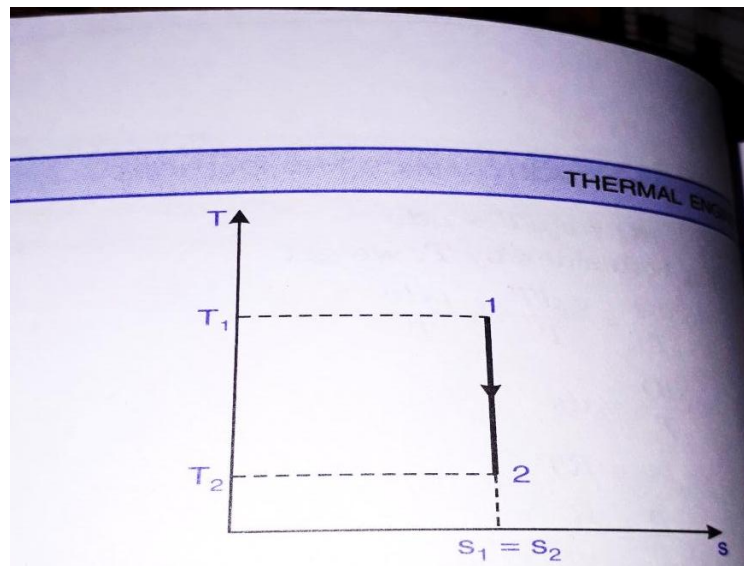
يسمى الاجراء الاديباتيكي بثبوت الانتروبي  $s = \text{constant}$

**Reversible adiabatic process ,**

**or**

**isentropic process**

ويمكن تمثيل هذا الاجراء على محور درجة الحرارة – الانتروبي حسب الاتي :



Temperature – Entropy diagram : Adiabatic process

Isentropic process  $s=c$

الاجراء الخامس : الاجراء العام polytropic process

المعادلة (6) تبقى كما هي بدون تغير في الاجراء العام :

$$(s_2 - s_1) = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

المعادلة (8) تبقى بدون تغير وكذلك المعادلة (9)

ملاحظة (1) : يتم استخدام اي من المعادلات (6) ، (8) ، (9) حسب معطيات السؤال ، وكما ستوضح في حلول الأمثلة لاحقا

ملاحظة (2) :

يمكن الاستفادة من العلاقة التالية بالنسبة للاجراء العام :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}$$

أمثلة محلولة :

## Examples :

Example 1: A quantity of air undergoes a thermodynamic cycle consisting of three processes in series.

Process 1-2 : constant volume heating from  $p_1 = 1 \text{ bar}$  ,  $T_1 = 288 \text{ K}$  ,

$V_1 = 0.02 \text{ m}^3$  , to  $p_2 = 4.2 \text{ bar}$  .

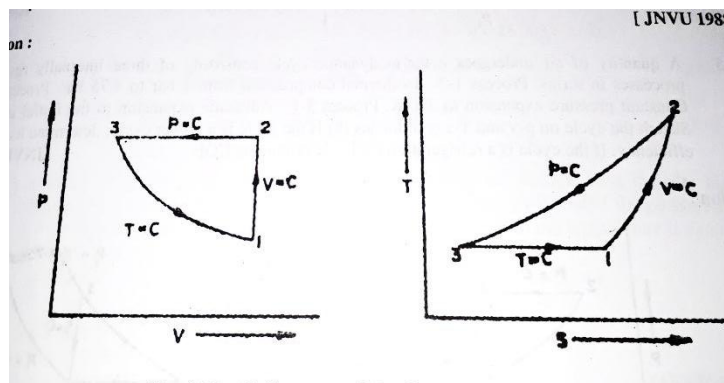
Process 2-3 : constant pressure cooling

Process 3-1 : isothermal heating to the initial state.

Evaluate the change in entropy for each process. Sketch the cycle on p-v and T-s diagram .

Take  $c_p = 1 \text{ KJ/kg.K}$  ,  $R = 0.287 \text{ KJ/kg.k}$

Solution :



P-v diagram and T-s diagram for example 1

$$p_1 v_1 = mR T_1$$

$$1 \times 100 \times 0.02 = m \times 0.287 \times 288$$

$$m=0.024 \text{ kg}$$

$$\text{for gas : } \frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

also , since  $V_1 = V_2$

$$\therefore \frac{p_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\therefore T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = \frac{4.2}{1} \times 288 = 1210 \text{ K}$$

$$R = c_p - c_v$$

$$\text{Or, } c_v = c_p - R = 1 - 0.287 = 0.713 \frac{\text{KJ}}{\text{kg}} \cdot \text{K}$$

Process 1-2 : constant volume process ( $V_1 = V_2$ )

نستخدم اي من المعادلات الخاصة بثبوت الحجم والتي سبق ذكرها ومنها المعادلة :

$$s_2 - s_1 = mc_v \ln \frac{T_2}{T_1} = 0.024 \times 0.713 \ln \frac{1210}{288} = 0.02456 \frac{\text{KJ}}{\text{K}}$$

هذه الخطوة تمثل ايجاد التغير في الانتروبي للنظام (الهواء) بثبوت الحجم

الخطوة التالية نجد التغير في الانتروبي بثبوت الضغط : نفس الطريقة يمكننا استخدام اي من المعادلات التي وجدناها والخاصة باجراء ثبوت الضغط ومنها العلاقة التالية ك

Process 2-3 : constant pressure process ( $p_1 = p_2$ )

$$s_3 - s_2 = mc_p \ln \frac{T_2}{T_1} = 0.024 \times 1 \ln \frac{288}{1210} = -0.0344 \frac{\text{KJ}}{\text{K}}$$

اما الخطوة الاخيرة : نجد فيها التغير في الانتروبي للنظام بثبوت درجة الحرارة

Process 3-1 : constant temperature process (i.e isothermal process)

$$T_1 = T_2 = T$$

نستخدم واحدة من العلاقات الخاصة بثبوت درجة الحرارة ومنها العلاقة التالية :

$$s_1 - s_3 = m \cdot R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} = 0.024 \times 0.287 \ln \frac{4.2}{1} = 0.0099 \frac{\text{KJ}}{\text{K}}$$

ملاحظات مهمة :

(١) الانتروبية خاصية تعتمد على كتلة النظام **EXTENSIVE PROPERTY**

هذا يعني الانتروبية الكلية = الكتلة  $\times$  الانتروبية النوعية

اقصد بالانتروبية النوعية **SPECIFIC ENTROPY** الانتروبية ل ١ كغم من كتلة النظام

$$S = ms$$



حيث ان :

$S = \text{total entropy KJ/K}$

$s = \text{specific entropy KJ/K.kg}$

$m = \text{mass , kg}$

(2) الإشارة السالبة للتغير في الانتروبي تعني التغير في الانتروبية تقل اما الإشارة الموجبة فتعني زيادة في الانتروبية

## Example -2

0.4 kg of air at 6 bar receives an addition of heat at constant volume so that its temperature rises from 383 K to 923 K . It then expands in a cylinder polytropically to its original temperature and the index of expansion (polytropic index  $n=1.32$  ). Finally, it is compressed isothermally to its original volume. Calculate, (a) the change in entropy during each of three processes ; (b) the pressure at the end of constant volume heat addition and at the end of expansion. Show the process on p-v diagram. Assume  $C_v = 0.718 \text{ KJ/kg.K}$  , and  $R = 0.287 \text{ KJ/kg.K}$  .

Solution :

توضيح السؤال قبل الحل :

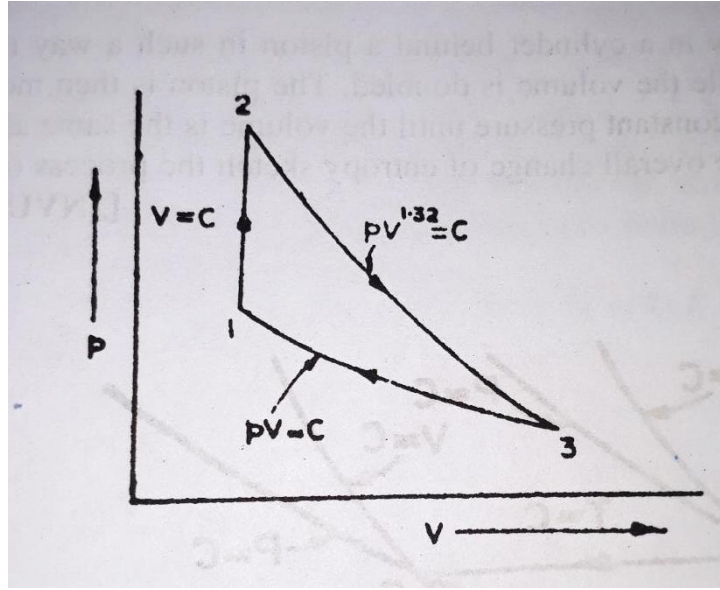
يمكن توضيح السؤال ومتطلباته حسب الخطوات التالية :

١ . توجد ثلاث إجراءات processes في السؤال وهي:

- اجراء بثبوت الحجم وازدافه حرارة من 1-2 ، طالما اضافة حرارة للنظام وبثبوت الحجم فيكون اتجاه سهم الاجراء من الاسفل الى الأعلى ، اما في حالة التبريد (سحب الحرارة من النظام) يكون اتجاه السهم من الأعلى الى الأسفل وكما موضح في الشكل

٢ . الاجراء الثاني في السؤال هو اجراء عام تمديدي polytropic expansion من 2-3 ، وعرفنا من الكورس الاول القانون العام لهذا الاجراء هو  $pv^n = \text{constant}$  ، وقيمة  $n$  معطاة في السؤال وتساوي 1.32

٣. الاجراء الاخير المعطى في السؤال هو اجراء ثبوت درجة الحرارة *isothermal process* وهو اجراء انضغاطي حسب ما معطى في السؤال من 1-3 ، لاحظ الاجراء العام ينتهي بنقطة 3 والاجراء الأيزو ثرمي ينتهي بنقطة 1 واكيد  $T_3 = T_1$  لان الاجراء 1-3 يتم بثبوت درجة الحرارة وعليه نقصد ب *ORIGINAL TEMPERATURE* هي  $T_1$  وهي نفسها  $T_3$  كل هذه الإجراءات موضحة في الشكل التالي:



P-V diagram show the processes in Example - 2

الشكل اعلاه يوضح:

- اجراء ثبوت الحجم مع تسخين للنظام من ١-٢
- اجراء عام تمديدي من 2-3 ينتهي هذا الاجراء بنفس درجة الحرارة  $T_1$  لأن  $T_1$  تساوي  $T_3$
- اجراء ايزوثرمي 1-3 ( $T_1 = T_3$ )

المطلوب :

- ايجاد التغير في الانتروبي من 1-2 ، ومن 2-3 وكذلك من 1-3 اي لكل اجراء من الاجراءات المذكورة اعلاه
- كذلك مطلوب ايجاد الضغط في نهاية اجراء ثبوت الحجم  $P_2$  وكذلك في نهاية الاجراء العام  $P_3$
- أظهر هذه الاجراءات على مخطط الضغط - الحجم

Solution:

نحسب الحجم  $V_1$  من العلاقة التالية :

$$P_1 V_1 = m R T_1$$

Given :

$$m = 0.4 \text{ kg} , P_1 = 6 \text{ bar} \times \frac{10^5}{10^3} = 6 \times 100 = 600 \text{ N/m}^2$$

$$, R = 0.287 \text{ KJ/kg.K} T_1 = 383 \text{ K}$$

نعوض في المعادلة اعلاه لنحصل :

$$600 \times V_1 = 0.4 \times 0.287 \times 383$$

$$V_1 = 0.0732 \text{ m}^3$$

$$\text{Here, } V_1 = V_2 = 0.0732 \text{ m}^3$$

For gas (Air) and constant volume process

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\text{Since } V_1 = V_2$$

يبقى من العلاقة اعلاه فقط

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

نستطيع الان ايجاد قيمة الضغط  $P_2$

$$P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_1} = 6 \times \frac{923}{383} = 14.45 \text{ bar}$$

من العلاقة العامة لا جراء عام من ٢-٣

$$\frac{V_3}{V_2} = \left( \frac{T_2}{T_3} \right)^{\frac{1}{n-1}}$$

$$V_3 = V_2 \left( \frac{T_2}{T_3} \right)^{\frac{1}{n-1}} = 0.0732 \left( \frac{923}{383} \right)^{\frac{1}{0.32}} = 1.1435 \text{ m}^3$$

نحسب الضغط عند النقطة ٣ نقطة نهاية الاجراء العام

$$P_3 V_3 = m R T_3$$

$$P_3 \times 1.1435 = 0.4 \times 0.287 \times 383$$

$$= 0.3845 \text{ bar} P_3 = 38.45 \text{ KN/m}^2$$

نحسب التغير في الانتروبي من ٢-١ اجراء ثبوت الحجم

$$S_3 - S_1 = m C_v \ln \frac{T_2}{T_1} = 0.4 \times 0.718 \ln \frac{923}{383} = 0.2526 \frac{\text{KJ}}{\text{K}}$$

ثم نحسب التغير في الانتروبي للاجراء العام من 2-3 العلاقة التي تم ايجادها في المحاضرة السابقة

$$S_3 - S_2 = mR \ln \frac{p_2}{p_1} + mC_p \ln \frac{T_3}{T_2}$$

نحتاج ايجاد  $C_p$  من العلاقة  $R = C_p - C_v$

$$0.005 \text{ KJ/kg.K} \cdot 0.287 = C_p - 0.718 \Rightarrow C_p = 1.$$

$$= 0.4 \times 0.287 \ln \frac{14.45}{0.384} + 0.4 \times 1.005 \ln \frac{383}{923} = 0.0623 \text{ KJ/K}$$

نوجد المطلب الاخير وهو التغير في الانتروبي للاجراء من 1-3

$$S_3 - S_1 = mR \ln \frac{p_1}{p_3}$$

هذه العلاقة موجودة في المحاضرة السابقة تخص اجراء ثبوت درجة الحرارة (الاجراء الايزوثيرمي)

$$S_3 - S_1 = 0.4 \times 0.287 \ln \frac{6}{0.384} = 0.3155 \text{ KJ/K}$$

**Example-3 :** Calculate the change in entropy when 5 kg of water at

100 °C is converted into steam at the same temperature. (Given ; latent heat of steam = 540 cal/gram.

**Solution :**

توضيح المثال :

المطلوب ايجاد التغير في الانتروبي للماء عند 100 درجة مئوية وهو يتحول الى بخار عند نفس الدرجة ، والحرارة الكامنة للبخار تساوي 540 كليري لكل غرام .

نقصد cal يعني كليري calorie ويعرف بأنه كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة 1 غرام من الماء درجة مئوية واحدة علما ان :

$$1 \text{ cal} = 4.1868 \text{ joule}$$

$$1 \text{ kcal} = 4.1868 \text{ KJ}$$

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ gram}$$

نحسب حرارة ٥ كغم من الماء

$$Q = (5 \times 1000) \times 540 = 270000 \text{ cal}$$

من الجداول نجد ان كل واحد كليري يساوي ٤,١٨٦٨ جول او

$$1 \text{ cal} = 4.1868 \text{ J}$$

نحول 270000 cal الى جول ومن ثم الى كيلوجول وحسب الاتي :

$$Q = \frac{270000 \times 4.1868}{1}$$

نعمل نسبة وتناسب ونوجد Q

$$Q = 1130.44 \times 10^3 \text{ Joule}$$

Or  $Q = 1130.44 \text{ KJ}$

$$\text{Change in entropy , } \Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{1130.44}{100+273} = \frac{1130.44}{373} = 3.03 \frac{\text{KJ}}{\text{K}}$$

H.W :

Problem 1 :

Calculate the change in entropy when 10 grams of ice at 0 °C is converted into water at the same temperature (Given : Latent heat of ice = 80 cal/gram)

2-4 Represent Carnot cycle on Pressure – volume diagram , and on Temperature – Entropy diagram

تمثيل دورة كارنو على محور الضغط – الحجم ، وعلى محور درجة الحرارة – الإنتروبي وحساب الكفاءة الحرارية لدورة كارنو من مخطط T – S diagram :

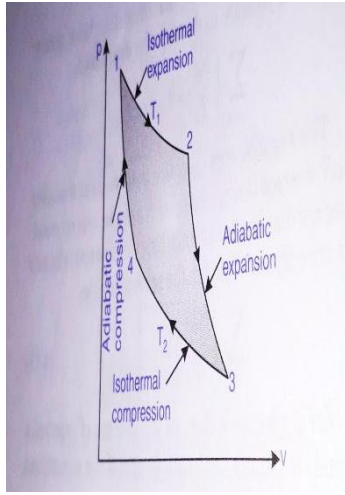


Fig. (a) : Carnot cycle on P – V diagram

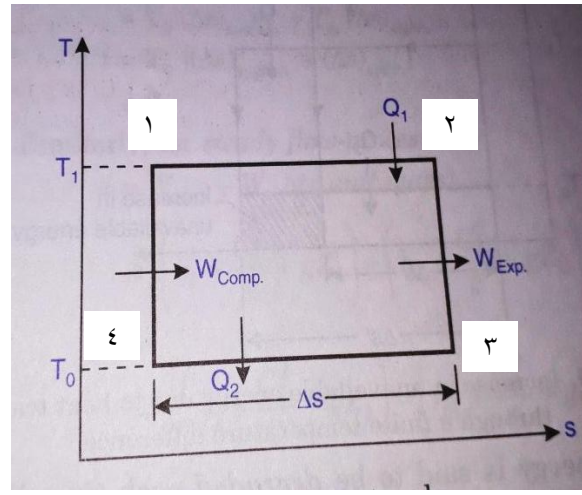


Fig. (b) : Carnot cycle on T – S diagram

مخطط دورة كارنو على  $p - v$  diagram

١. عرفنا من المحاضرات السابقة اجراءات دورة كارنو على مخطط الضغط – الحجم وكانت تلك الاجراءات processes حسب الاتي :

Process 1-2 : reversible isothermal expansion process  $T_1 = T_2 = \text{constant}$  , heat added during this process  $Q_1$

وعند تمثيل هذا الاجراء من ٢-١ على مخطط  $T - S$  diagram نلاحظ ثبوت درجة الحرارة وكما موضح على الشكل (b) ، معروف مسبقا ان المساحة تحت المنحني على مخطط  $p - v$  diagram تمثل الشغل ، بينما المساحة تحت المنحني على مخطط  $T - S$  diagram تمثل الحرارة  $Q$  . وعلى الحرارة  $Q_1$  الموجودة على المخطط (b) والتي تمثل المساحة تحت الخط من ٢-١ تمثل الحرارة المضافة الى النظام (قيمة موجبة) خلال الاجراء الأيزو ثرمي من ٢-١ .

Process 2 – 3 : reversible adiabatic expansion process ( or isentropic process) ,  $Q = 0$

تم تدوين ملاحظة مهمة في المحاضرات السابقة مفادها ان خلال الاجراء isentropic process تكون الانتروبية  $S$  ثابتة ( $S = C$ ) وكما موضح على الشكل (b) الاجراء من 2-3 حيث ان  $S_2 = S_3 = \text{constant}$  الخط العمودي على محور الانتروبي

Process 3 -4 : reversible isothermal compression process , heat rejection from system to surrounding ,  $Q_2$

الاجراء من 3-4 على محور  $P - V$  diagram هو اجراء ايزو ثرمي انضغاطي تبقى درجة الحرارة خلال هذا الاجراء ثابتة  $T_3 = T_4 = T_0 = \text{constant}$

اما على مخطط T – S diagram فالأجراء 3-4 تم تمثيله بالخط الافقي من 3-4 الموازي لمحور الانتروبي والمساحة تحت هذا الخط تمثل الحرارة المفقودة من قبل النظام باتجاه المحيط (قيمة سالبة ) وحسب المخطط (b) هي  $Q_2$

Process 4 -1 : reversible adiabatic compression process (or isentropic process) ,  $Q=0$

نؤكد الملاحظة المهمة ان لكل اجراء ISENTROPIC PROCESS تكون الانتروبية ثابتة وحسب ما موضح على الشكل (b) حيث ان  $S_4 = S_1 = \text{constant}$

اصبح عندنا الاتي حسب الشكل (b)

الاجراء من 1-2 اجراء ثبوت درجة الحرارة مع اضافة حرارة  $Q_1$

حيث تمثل الحرارة  $Q_1$  مساحة تحت الخط 1-2 وهذه المساحة = الطول  $\times$  العرض ، اي

$$Q_1 = T_1 \times \Delta S$$

اما الاجراء من 3-4 هو الاخر اجراء ثبوت درجة الحرارة ، يتم خلال هذا الاجراء فقدان النظام للحرارة وهذه الحرارة تمثل المساحة تحت الخط 3-4 من الشكل (b) ومقدارها يساوي

$$Q_2 = T_0 \times \Delta S$$

حيث ان وحسب الشكل (b)  $T_2 = T_0$

العلاقة الخاصة بكفاءة كارنوت هي :

$$\begin{aligned} \eta_{Carnot} &= \frac{w_{net}}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 \times \Delta S - T_2 \times \Delta S}{T_1 \times \Delta S} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \\ &= 1 - \frac{T_2}{T_1} \end{aligned}$$

$$\therefore \eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

حيث ان  $T_1$  هي نفسها  $T_{source}$  وكذلك  $T_2$  هي نفسها  $T_{sink}$

Hence,

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_{sink}}{T_{source}}$$

حيث توصلنا الى نفس علاقة كفاءة كارنو والتي سبق وان تم الحصول عليها من مخطط p – v diagram.

## Chapter 3

### Steam Formation

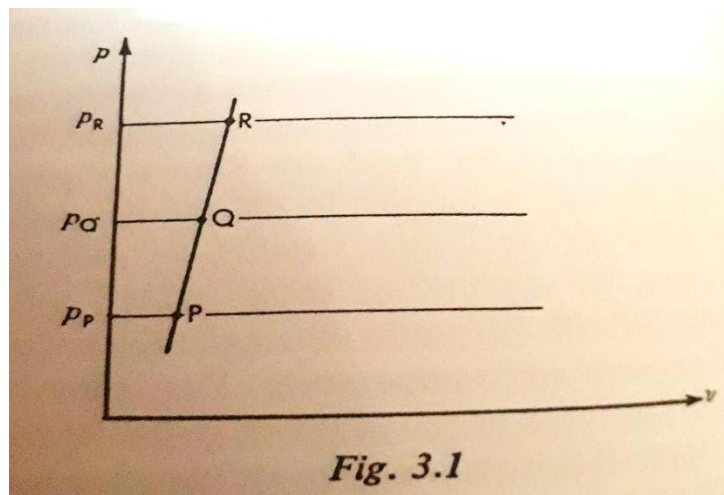
#### 3-1 Introduction

1. Consider a  $p$ - $v$  diagram for any substance. The solid phase is not important in engineering thermodynamics.

When a liquid is heated at any one constant pressure there is one fixed temperature at which bubbles of vapor form in the liquid; this phenomenon is known **as boiling**.

The higher the pressure of the liquid then the higher the temperature at which boiling occurs.

A series of boiling points plotted on a  $p$ - $v$  diagram will appear as a sloping line, as shown in fig. 3.1. the point  $P$ ,  $Q$ , and  $R$  represent the boiling points of a liquid at pressures  $p_p$ ,  $p_Q$ , and  $p_R$  respectively.



شرح المقطع ( ١ ) :

المادة في الطبيعة تكون بثلاث حالات (ثلاثة اطوار) الحالة الصلبة solid phase ، الحالة السائلة liquid phase والحالة الغازية gas phase .



الحالة الصلبة غير مهمة في هندسة ديناميك الحرارة ، تبقى عندنا الحالة السائلة والغازية ( بخار الماء vapor يعتبر حالة غازية ).

إذا سخن ماء عند ضغط ثابت ( ضع كمية من الماء على النار عند الضغط الجوي وانتظر بعد وقت قصير تجد فقاعات من البخار تتكون داخل الماء ويبدأ الماء بالغليان عند درجة حرارة ثابتة ، هذه الظاهرة phenomenon تسمى الغليان boiling ودرجة الحرارة تسمى درجة الغليان boiling temperature.

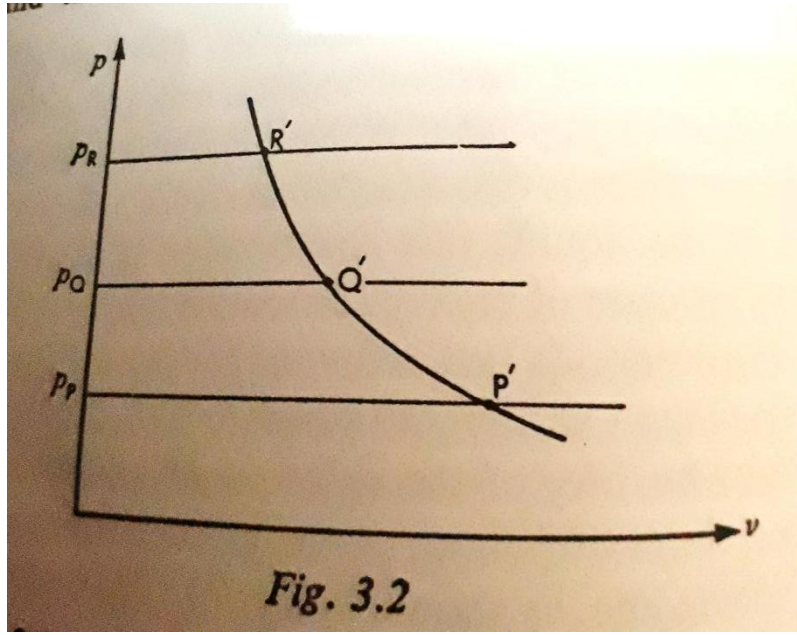
ملاحظة : كلما زاد الضغط كلما زادت درجة الغليان مثال : عند واحد ضغط جوي (1atm) ، نذكر كم ان واحد ضغط جوي يساوي  $10^5$  باسكال Pa ، عند هذا الضغط الماء يغلي عند  $100^\circ\text{C}$  ، وإذا زاد الضغط فإن درجة الغليان تزداد اي علاقة طردية بين الضغط ودرجة الغليان.

وجد ايضا ان الحجم الذي يشغله ١ كغم من سائل يغلي boiling liquid عند ضغط عالي higher pressure يكون اعلى من الحجم الذي يشغله ١ كغم من نفس السائل عندما يغلي عند ضغط واطئ . سلسلة من نقاط الغليان اذا رسمت على محور الضغط – الحجم فستظهر كخط مائل وكما موضح في الشكل (3-1).

النقاط P, Q, R تمثل نقاط الغليان للسائل عند الضغوط  $P_P, P_Q, P_R$  على التوالي .

2. When a liquid at boiling point is heated further at constant pressure the additional heat supplied changes the phase of the substance from liquid to vapor ; during this changes of phase the pressure and temperature remain constant. The heat supplied is called the **latent heat of evaporation** .

It is found that the higher the pressure then the smaller is the amount of latent heat required. A series of points such as  $\dot{P}$ ,  $\dot{Q}$  and  $\dot{R}$  can be plotted and joined to form a line as shown in fig. 3.2



شرح المقطع (٢):

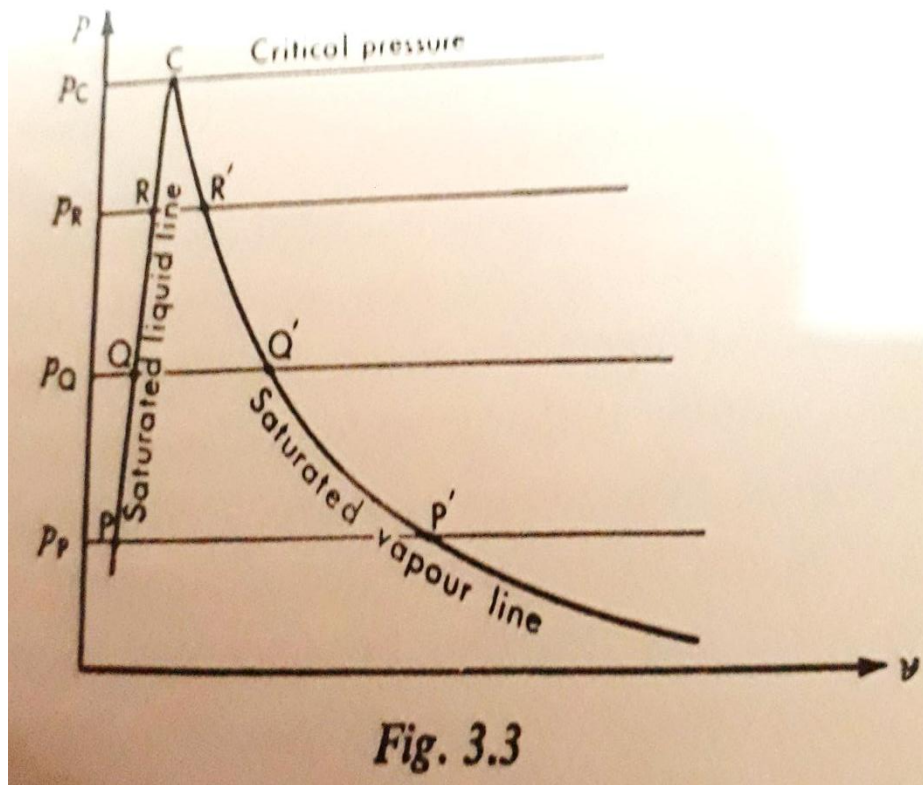
بالرجوع الى الشكل (3-1) عندنا ثلاث ضغوط  $P_P, P_Q, P_R$  واضح من الشكل

ان:  $P_R > P_Q > P_P$  وبما ان العلاقة طردية بين الضغط ودرجة الغليان من الشكل نلاحظ ان درجة الغليان عند الضغط  $P_R$  اعلى من درجة الغليان عند الضغط  $P_Q$  والتي بدورها تكون اعلى من درجة الغليان عند الضغط  $P_P$  وعندما نوصل هذه النقاط نحصل على خط مائل موضح في الشكل (3-1). السائل عند كل نقطة من هذه النقاط يكون في حالة غليان ، اذا استمرينا بتسخين السائل فأن جزء منه يبدأ يتحول الى فقاعات بخار تغادر سطح السائل الى الاعلى ليكون الطور في هذه الحالة خليط من السائل والبخار (غاز) two phase ويسمى هذا الخليط wet vapor وهو عبارة عن (liquid + vapor) والحرارة اللازمة لتحويل السائل من نقطة الغليان النقاط  $P, Q, R$  الى النقاط  $\dot{P}; \dot{Q}; \dot{R}$  الموجودة على الشكل (3-2) تسمى الحرارة الكامنة او حرارة التبخير **latent heat of evaporation**.

سلسلة النقاط  $\dot{P}; \dot{Q}; \dot{R}$  يمكن رسمها وتوصيلها لشكل خط وكما موضح في الشكل (3-2)

هاتين الخطين في الشكل (3-1) و (3-2) يلتقيان عند ضغط عالي يسمى

**الضغط الحرج** critical pressure ونقطة الالتقاء تسمى **النقطة الحرجة** critical point وكما موضح في الشكل (3-3). قيمة **الحرارة الكامنة** latent heat of evaporation في النقطة الحرجة **تساوي صفر**.



- الخط الرابط للنقاط  $P, Q, R$  يسمى خط السائل المشبع (saturated-liquid line (S.L.L).
- الخط الرابط للنقاط  $P'; Q'; R'$  يسمى خط البخار المشبع (saturated-vapor line (S.V.L).
- نقطة التقاء الخطين تسمى النقطة الحرجة (critical point (C.P).
- قيمة حرارة التبخير latent heat of evaporation في النقطة الحرجة تساوي صفر.

### 3-2 Saturation temperature and pressure

درجة حرارة الاشباع = saturation temperature

درجة حرارة الاشباع هي نفسها درجة غليان السائل ، لكل درجة حرارة اشباع ضغط مناظر والعكس صحيح ، اقصد لكل ضغط درجة حرارة مناظرة

ملاحظة : درجة حرارة الاشباع تتناسب طرديا مع الضغط ( يزداد الضغط تزداد درجة الغليان ، يقل الضغط تقل درجة الغليان )

**ملاحظة :** توجد نقطة تكون عندها المادة بثلاث حالات

(ثلاث اطوار three phases ) هذه النقطة تسمى النقطة الثلاثية Triple point.

### 3-3 Enthalpy and formation of steam at constant pressure

Consider unit mass of a substance ( for example water) and let heat energy  $Q$  be added at constant pressure  $P$  thus changing the state of the substance from specific internal energy  $u_1$  and specific volume  $v_1$  to specific internal energy  $u_2$  and specific volume  $v_2$ .

By the non-flow energy equation,

$$Q = \Delta u + W$$

For this case, i.e constant pressure

مراحل تكوين البخار عادتاً تتم بثبوت الضغط

$$Q = (u_2 - u_1) + P(v_2 - v_1)$$

$$= (u_2 + Pv_2) - (u_1 + Pv_1)$$

Or,  $Q = h_2 - h_1 = \text{change of specific enthalpy}$

Since  $h = u + Pv$

### 3-4 Stages of steam formation مراحل تكوين البخار

**المرحلة الاولى :** مرحلة تسخين السائل من درجة الحرارة الابتدائية initial temperature (درجة حرارة الجو) الى درجة الغليان boiling temperature ، الطاقة الحرارية اللازمة لإتمام هذه المرحلة تسمى liquid enthalpy ويرمز لها بالرمز  $h_f$ .

اذن  $h_f$  = كمية الحرارة اللازمة لتسخين الماء الى درجة الاشباع (درجة الغليان) the energy required to warming the water up to saturated temperature,  $T_f$

**المرحلة الثانية :** مرحلة التبخير تحويل السائل الى بخار تتم بثبوت درجة الحرارة وهذه الدرجة كما سبق وذكرنا تسمى درجة حرارة الاشباع saturation temperature ، الطاقة اللازمة لمرحلة التبخير تسمى الحرارة الكامنة latent heat وحيثما تسمى انثالبية التبخير Enthalpy of evaporation ويرمز لها بالرمز  $h_{fg}$ .

اذن  $h_{fg}$  = الطاقة اللازمة لتحويل السائل عند درجة الاشباع الى بخار جاف مشبع dry saturated vapor

الطاقة الكلية اللازمة لتحويل السائل من الحالة الابتدائية قبل الغليان الى بخار تسمى انثالبية

البخار الجاف المشبع enthalpy of dry saturated vapor ويرمز لها بالرمز  $h_g$

$$\therefore h_g = h_f + h_{fg}$$

### المرحلة الثالثة : مرحلة تحميم البخار

من الحالة التي يكون عندها البخار جاف ومشبع النقاط  $\dot{P}$ ;  $\dot{Q}$ ;  $\dot{R}$  يكون عندها البخار جاف مشبع ويسمى dry saturated vapor . اي طاقة اضافية تضاف للبخار الجاف المشبع تحوله الى مرحلة التحميم superheated vapor والطاقة اللازمة لإتمام هذه المرحلة تسمى انثالبية التحميم enthalpy of superheated vapor .

يجب معرفة ان تحويل السائل من نقاط الغليان P,Q,R (عند هذه النقاط يكون السائل بطور واحد liquid phase) ، الى بخار جاف مشبع عند النقاط  $\dot{P}$ ;  $\dot{Q}$ ;  $\dot{R}$  تتم بثبوت درجة الحرارة (درجة الاشباع)

عند دخول البخار مرحلة التحميم ترتفع درجة حرارته وتصبح اعلى من درجة حرارة الاشباع الفرق بين درجة حرارة البخار المحمص ودرجة حرارة البخار الجاف المشبع (درجة الاشباع) هذا الفرق يسمى شدة التحميم او درجة التحميم Degree of superheat

$$\therefore \text{Degree of superheat} = (T - T_f)$$

Where T= temperature of superheated steam

and  $T_f = \text{saturation temperature}$

The total enthalpy of superheated vapor will be the sum of the enthalpy of dry saturated vapor and the superheated enthalpy

$$h = h_g + \text{superheated enthalpy}$$

and superheated enthalpy=  $c_p(T - T_f)$

where  $C_p$ = Specific heat of superheated vapor at constant pressure

### 3-5 Enthalpy Tables

Now,

$h_f = \text{liquid enthalpy}$

$h_{fg} = \text{enthalpy of evaporation}$

$h_g = h_f + h_{fg} = \text{enthalpy of dry saturated vapor}$

$h = h_g + \text{superheated enthalpy} = \text{total enthalpy of superheated}$

جميع هذه الخواص (الانثالبى) هي ل (١ كغم) من المادة وحدة قياسها  $kJ/kg$   
 موجود في جداول خاصة تسمى جداول البخار steam tables ، نجدها مباشرة من تلك  
 الجداول .

### 3-6 Enthalpy Tables

Enthalpy values as they occurs in the formation of steam and other vapors at constant pressure are commonly set out in tabular form.

قيم الانثالبى التي سبق ذكرها جميعها موجودة في جداول البخار

كيفية استخدام جداول البخار؟

١- توجد ثلاث جداول عادتاً في جداول البخار

الجدول الاول: بدلالة درجة الحرارة والضغط

لبخار مشبع saturated water(liquid-vapor):temperature table وحسب ما موضح  
 ادناه:

Table A-2

Properties of saturated water(liquid-vapor):Temperature Table

| Temperature<br>°C | Pressures<br>Bar | Specific<br>volume<br>$m^3/kg$ | Internal<br>energy<br>$kJ/kg$ | Enthalpy<br>$kJ/kg$          |  |  |                                        |  |  |                             |  |  |
|-------------------|------------------|--------------------------------|-------------------------------|------------------------------|--|--|----------------------------------------|--|--|-----------------------------|--|--|
|                   |                  |                                |                               | Saturated<br>Liquid<br>$h_f$ |  |  | Enthalpy of<br>evaporation<br>$h_{fg}$ |  |  | Saturated<br>Vapor<br>$h_g$ |  |  |
| 0.01              |                  |                                |                               |                              |  |  |                                        |  |  |                             |  |  |
| 4                 |                  |                                |                               |                              |  |  |                                        |  |  |                             |  |  |
| 5                 |                  |                                |                               |                              |  |  |                                        |  |  |                             |  |  |
| 6                 |                  |                                |                               |                              |  |  |                                        |  |  |                             |  |  |
|                   |                  |                                |                               |                              |  |  |                                        |  |  |                             |  |  |
|                   |                  |                                |                               |                              |  |  |                                        |  |  |                             |  |  |
|                   |                  |                                |                               |                              |  |  |                                        |  |  |                             |  |  |
|                   |                  |                                |                               |                              |  |  |                                        |  |  |                             |  |  |
| 100               | 1.014            |                                |                               | 419.04                       |  |  | 2257.0                                 |  |  | 2676.3                      |  |  |
|                   |                  |                                |                               |                              |  |  |                                        |  |  |                             |  |  |
|                   |                  |                                |                               |                              |  |  |                                        |  |  |                             |  |  |
| 374.14            | 220.9            |                                |                               | 2099.3                       |  |  | 0                                      |  |  | 2099.3                      |  |  |

٢- هذا نموذج من بعض خواص البخار الموجودة في جداول بخار الماء وكلها محسوبة الى ١ كغم من الماء ، كذلك توجد خواص اخرى مثل الطاقة الداخلية internal energy ، الانتروبي والحجم النوعي specific volume الجدول الثاني : نفس هذا الجدول موجود لكن بدلالة الضغط (يعني الجدول اعلاه تعطى درجة الحرارة ومنها نستطيع ايجاد

الضغط

الحجم النوعي

الطاقة الداخلية

الانتالبي

النتروبي

اما في الجدول الثاني يتم اعطاء الضغط بدل درجة الحرارة ، من هذا الضغط نستطيع ان نوجد درجة الحرارة وكل الخواص الاخرى

الجدول الثالث : تحمل العنوان

## Properties of superheated vapor

اي جداول البخار المحمص

اول عمود من هذه الجداول تمثل درجة حرارة البخار المحمص وهي دائما اعلى من درجة الاشباع (درجة الغليان)

اما الضغوط فتكون موزعة حسب ما موضح في هذه الصورة

| TABLE A-4                                                                                |                           |              |              |                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|--------------|--------------|------------------|
| Properties of Superheated Water Vapor                                                    |                           |              |              |                  |
| $T$<br>°C                                                                                | $v$<br>m <sup>3</sup> /kg | $u$<br>kJ/kg | $h$<br>kJ/kg | $s$<br>kJ/kg · K |
| $p = 0.06 \text{ bar} = 0.006 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 36.16^\circ\text{C}$ ) |                           |              |              |                  |
| Sat.                                                                                     | 23.739                    | 2425.0       | 2567.4       | 8.3304           |
| 80                                                                                       | 27.132                    | 2487.3       | 2650.1       | 8.5804           |
| 120                                                                                      | 30.219                    | 2544.7       | 2726.0       | 8.7840           |
| 160                                                                                      | 33.302                    | 2602.7       | 2802.5       | 8.9693           |
| 200                                                                                      | 36.383                    | 2661.4       | 2879.7       | 9.1398           |
| 240                                                                                      | 39.462                    | 2721.0       | 2957.8       | 9.2982           |
| 280                                                                                      | 42.540                    | 2781.5       | 3036.8       | 9.4464           |
| 320                                                                                      | 45.618                    | 2843.0       | 3116.7       | 9.5859           |
| 360                                                                                      | 48.696                    | 2905.5       | 3197.7       | 9.7180           |
| 400                                                                                      | 51.774                    | 2969.0       | 3279.6       | 9.8435           |
| 440                                                                                      | 54.851                    | 3033.5       | 3362.6       | 9.9633           |
| 500                                                                                      | 59.467                    | 3132.3       | 3489.1       | 10.1336          |

مثال : اذا كان البخار المحمص عند درجة حرارة فرضا  $280^\circ\text{C}$

وضغط  $0.06 \text{ bar} = 0.006 \text{ MPa}$  ، احسب الخواص التالية للبخار

١. الحجم النوعي  $v$

٢. الطاقة الداخلية  $u$

٣. الانثاليبي  $h$

٤. الانتروبي  $s$

٥. درجة حرارة الاشباع  $T_{\text{sat}}$

الجواب : من جداول البخار للبخار المحمص نتبع الخطوات التالية لإيجاد الخواص المطلوبة:

الخطوة الاولى : نحدد الضغط المعطى في السؤال ويساوي  $p=0.06 \text{ bar}$  ، يوجد بين قوسين قيمة لدرجة الحرارة ( $T_{\text{sat}}=36.16^\circ\text{C}$ ) هذه الدرجة تمثل درجة



الاشباع saturation temperature وهي الدرجة التي يغلي عندها الماء عند  
الضغط  $p=0.06\text{bar}$ ، وهي دائما اقل من درجة حرارة التخميص  $T = 280^{\circ}\text{C}$   
الخطوة الثانية : نوجد من الصف الموجودة فيه درجة حرارة البخار المحمص 280  
درجة مئوية الخواص المطلوبة

$$v = 42.540 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u = 2781.5 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h = 3036.8 \text{ kJ/kg}$$

$$s = 9.4464 \text{ kJ/kg.K}$$

$$T_{sat} = 36.16^{\circ}\text{C}$$

### H.W

Find properties of superheated water vapor at pressure  $p=1.5 \text{ bar}$  and temperature  $400^{\circ}\text{C}$  .

Properties which need to find :

1. saturation temperature,  $T_{sat}$
2. specific volume,  $v$
3. internal energy , $u$
4. enthalpy , $h$
5. entropy , $s$

نرفق لكم صفحة من جداول البخار الخاصة بخواص البخار المحمص لغرض  
اجراء اللازم

| $p = 1.5 \text{ bar} = 0.15 \text{ MPa}$<br>$(T_{\text{sat}} = 111.37^\circ\text{C})$ |       |        |        |        |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-------|--------|--------|--------|
| Sat.                                                                                  | 1.159 | 2519.7 | 2693.6 | 7.2233 |
| 120                                                                                   | 1.188 | 2533.3 | 2711.4 | 7.2693 |
| 160                                                                                   | 1.317 | 2595.2 | 2792.8 | 7.4665 |
| 200                                                                                   | 1.444 | 2656.2 | 2872.9 | 7.6433 |
| 240                                                                                   | 1.570 | 2717.2 | 2952.7 | 7.8052 |
| 280                                                                                   | 1.695 | 2778.6 | 3032.8 | 7.9555 |
| 320                                                                                   | 1.819 | 2840.6 | 3113.5 | 8.0964 |
| 360                                                                                   | 1.943 | 2903.5 | 3195.0 | 8.2293 |
| 400                                                                                   | 2.067 | 2967.3 | 3277.4 | 8.3555 |
| 440                                                                                   | 2.191 | 3032.1 | 3360.7 | 8.4757 |
| 500                                                                                   | 2.376 | 3131.2 | 3487.6 | 8.6466 |
| 600                                                                                   | 2.685 | 3301.7 | 3704.3 | 8.9101 |

ملاحظة : الاعمدة من اليسار الى اليمين تمثل نفس الخواص في الجدول الاول للمثال اعلاه.

## Chapter 4

### Steam and Gas Cycles

#### 1.4 المقدمة (دورة البخار )

يستعمل البخار على نطاق واسع في محطات التوليد البخارية كونه قليل الكلفة ومتوفر ولا يشكل خطر اثناء الاستخدام ، اضافة الى انثالبية تبخيره العالية . المعروف ان المحطات الغازية تكون مادة التشغيل هي الغاز وتعمل وفق دورة براتين Brayton Cycle ، بينما المحطات البخارية تكون مادة التشغيل البخار وتعمل حسب دورة رانكن Rankine Cycle . يتغير طور النظام خلال الدورة بين السائل والخليط والطور الغازي وخلال كل اجراء من اجراءات الدورة توجد مشاكل وقيود على عمل النظام ، تحد هذه القيود والمشاكل من كفاءة وأداء المحطة البخارية مما دفع الباحثين في مجال الطاقة الى العمل باستمرار من اجل تقليلها للزيادة من كفاءة وأداء محطات الطاقة البخارية . توصف الحالة المثالية لعمل محطة طاقة بخارية حسب دورة رانكن المثالية (Ideal Rankine Cycle)، اما الحالة الفعلية لعمل محطة طاقة انتاجية فيها الكثير من المشاكل العملية المرتبطة بالظروف التشغيلية والبيئية تدرس حتما وفق مبادئ دورة رانكن العملية (Actual Rankine Cycle) . يتم في هذا الفصل توضيح دورة رانكن المثالية والفعلية ، دراسة المعادلات الخاصة بتوازن الطاقات لوحداث المحطة (معادلات حفظ الطاقة) وتحليل مخرجاتها وفق القانون الاول لديناميك الحرارة

#### 2.4 دورة رانكن المثالية The Ideal Rankine Cycle

دورة رانكن المثالية سميت مثالية كون جميع أجراءاتها processes لا تتضمن اي خسائر داخلية ،

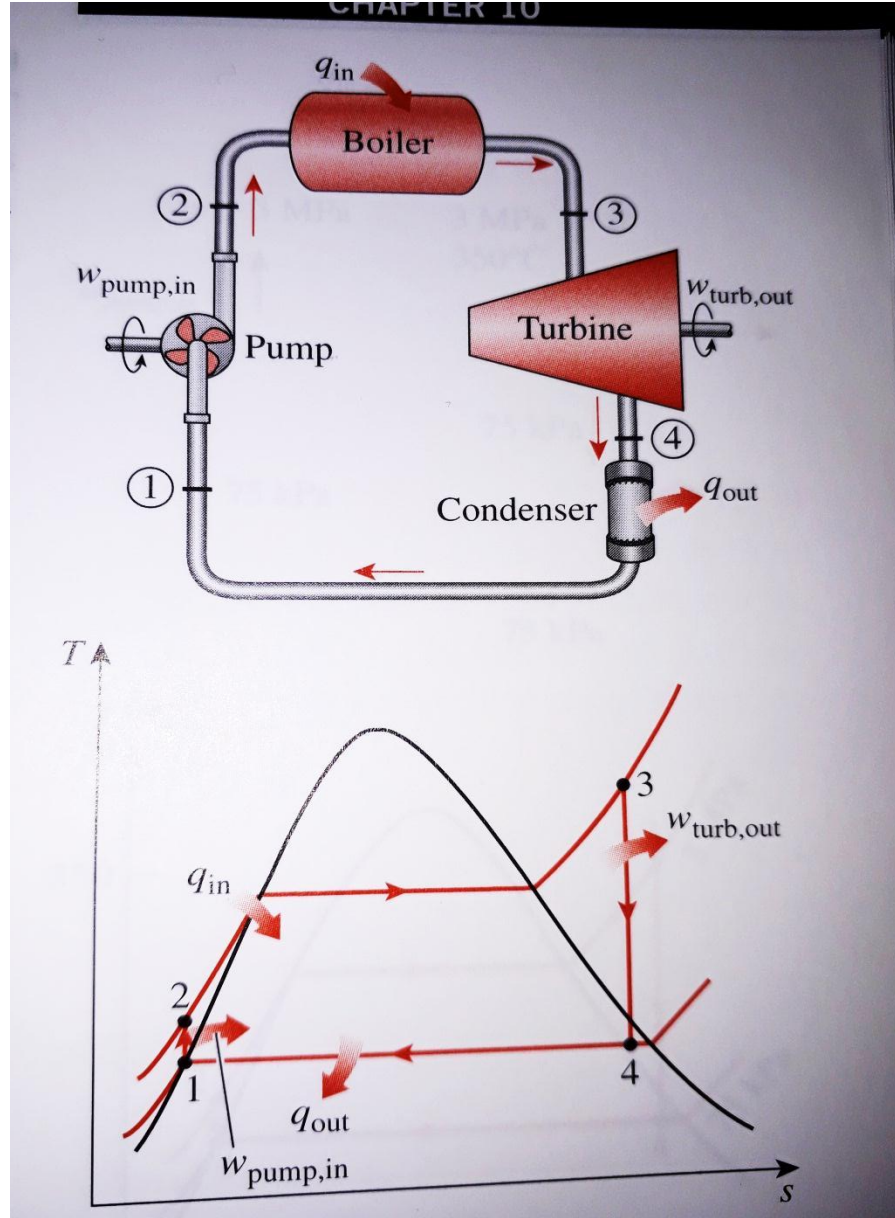
الشكل (1.4) يوضح الأجراءات الاربعة للدورة وهي :

الأجراء 1-2 : الأجراء الأديباتيكي المثالي الانضغاطي في وحدة الضاغطة Compressor

الأجراء 2-3 : أجراء ثبوت الضغط مع تجهيز حرارة للنظام في وحدة المرجل البخاري Boiler

الأجراء 3-4 : الأجراء الأديباتيكي المثالي التمددي في وحدة التوربين Turbine

الأجراء 4-1: أجراء ثبوت الضغط وطرح حرارة خارج وحدة المكثف Condenser



الشكل (1-4) : مخطط يوضح دورة البخار (دورة رانكن)

### 3-4 مراحل دورة البخار

1. يدخل الماء إلى وحدة الضاغطة عند النقطة (1) كسائل مشبع ويرفع ضغطه إلى ضغط تشغيل المرجل البخاري. درجة حرارة السائل المشبع تزداد خلال مرحلة الانضغاط وينتج عن هذه الزيادة هبوط قليل في الحجم النوعي للماء. مخطط درجة الحرارة - الأنتروبي يبين الزيادة العمودية في درجة الحرارة من 1-2 مع بقاء الأنتروبية ثابتة على فرض الأجزاء اديباتيكي مثالي ( $S = \text{constant}$ ).

2. الماء يدخل المرجل البخاري Boiler كسائل مضغوط عند النقطة (2) ، نتيجة الحرارة المجهزة من المحيط الخارجي الى الماء ويتحول الى بخار محمص superheated vapor عند النقطة (3) . المرجل البخاري هو عبارة عن مبادل حراري كبير بينما الحرارة تجهز من احتراق الوقود ، المفاعلات النووية ، او من اي مصدر تجهيز متوفر والمهم ان تجهيز الطاقة الحرارية تتم بثبوت الضغط داخل المرجل البخاري . المرجل مع بقية الأجزاء التي يتم فيها تكوين البخار المحمص تسمى مولدة البخار *steam generator* .

3. البخار المحمص عند النقطة (3) يدخل الى وحدة التوربين ، ويتمدد اديباتيكيا لينتج شغل يعمل على تدوير المسند (shaft) المربوط مع المولدة الكهربائية . يحدث هبوط للضغط ودرجة حرارة البخار خلال هذه العملية وتكون قيمها عند النقطة (4) ، نقطة دخول البخار الى المكثف *condenser* .

4. البخار عند نقطة الدخول الى المكثف (4) تكون حالته من خليط بخار مشبع saturated liquid-vapor mixture. البخار يتكثف بثبوت الضغط داخل المكثف ، والمكثف يشبه المرجل البخاري هو ايضا عبارة عن مبادل حراري لكن مهمته عكس عمل المرجل حيث يقوم بطرح حرارة البخار الى الوسط البارد وتحويله الى سائل .

5. البخار يخرج من المكثف كسائل مشبع saturated liquid ويدخل الى وحدة المضخة ، وتكتمل الدورة . بعض البلدان تستخدم الماء كوسط للتبريد *water cooling* في مرحلة المكثف ، لكن البعض الاخر تستخدم الهواء كوسط تبريد لعدم توفر الماء او الكلفة العالية لنقله الى المحطة ، كما هو الحال في محركات العجلات وتسمى عملية التبريد هذه *dry cooling* . تستخدم وسائل التبريد باستخدام الهواء على نطاق واسع عالميا وخاصة في الولايات المتحدة الامريكية بهدف تقليل هدر الماء .

نعرف ان المساحة تحت المنحني على **مخطط درجة الحرارة - الانتروبي** وكما موضح في الشكل (4-1) تمثل **الحرارة المنقولة Heat transfer** عندما تكون الإجراءات للنظام مثالية , internally reversible processes ، نحن نرى ان المساحة تحت الأجزاء 2-3 يمثل الحرارة المنقولة Heat supplied الى الماء في وحدة المرجل ، والمساحة تحت الأجزاء 4-1 تمثل الحرارة المطروحة Heat rejected من وحدة المكثف .

الفرق بين المساحتين ( المساحة المغلقة لمنحني الدورة) تمثل الشغل الصافي  $W_{net}$  والناتج خلال الدورة .

#### 4-4 تحليل القانون الاول لدورة الطاقة البخارية First-Law analysis of vapor power cycle

جميع الوحدات الأربعة الأساسية لدورة البخار المثالية (رانكن) ( الضاغطة ، المرجل ، التوربين والمكثف )  
نفرضها بحالة مستقرة steady-flow devices وعليه الإجراءات الأربعة لدورة رانكن نستطيع تحليلها  
كأجراءات تدفق مستقرة steady-flow processes ، كل وحدة من وحدات الدورة تمثل نظام مفتوح داخل دورة  
مغلقة .

نتيجة افتراض الحالة المثالية لإجراءات دورة البخار ، يمكن اعتبار التغير بالطاقة الحركية والكامنة قليل مقارنة  
مع الشغل الناتج والحرارة المنتقلة ، ويمكن إهمالها .

#### 5-4 معادلات الطاقة Steady-flow energy equations

نفرض وحدة واحدة من كتلة البخار 1 kg ، معادلة حفظ الطاقة لدورة البخار ( الشكل 4-1 ) هي:

$$E_{in} = E_{out}$$

$$(Q_{in} - Q_{out}) + (W_{in} - W_{out}) = H_e - H_i \quad (\text{KJ/kg}) \quad (4.1)$$

حيث ان :

$Q_{in}$  = الحرارة الداخلة الى النظام (حرارة المصدر في وحدة المرجل ) Heat supplied

$Q_{out}$  = الحرارة الخارجة من النظام (في وحدة المكثف) Heat rejected

$W_{in}$  = الشغل الداخل الى النظام ( الى وحدة المضخة)  $W_{input,pump}$

$W_{out}$  = الشغل الخارج من النظام ( من وحدة التوربين)  $W_{output,turb.}$

$H_e$  = الأنثالبية عند نقاط الخروج

$H_i$  = الأنثالبية عند نقاط الدخول

نطبق معادلة حفظ الطاقة (4.1) على كل وحدة من وحدات الدورة :

وحدات المرجل والمكثف لا تنتج شغل والأجراءات في وحدتي المضخة والتوربين تتم بثبوت الأنثروبي  
(Isentropic processes  $s=\text{const.}$ ) وعليه معادلة حفظ الطاقة لكل وحدة من وحدات الدورة نستطيع ان  
نعبر عنها حسب الأتي :

### 1. المضخة Pump

لا يوجد انتقال للحرارة في وحدة المضخة حيث اعتبر ادبياتيكي ارجاعي (Q = 0) isentropic pump

$$W_{pump,in} = h_2 - h_1 \quad (4.2)$$

$$\text{Or, } W_{pump,in} = v (p_2 - p_1) \quad (4.3)$$

حيث ان  $h_1 = h_f$  وتحسب من جداول البخار عند ضغط المكثف  $p_1$ .

وكذلك  $v \cong v_1 = v_f$  وتحسب من جداول البخار عند ضغط المكثف  $p_1$

### 2. المرجل البخاري Boiler

المرجل لا ينتج شغل ( $w=0$ ) ، عند التعويض في معادلة حفظ الطاقة (3.1) تصبح الاتي :

$$q_{in} = q_B = h_3 - h_2 \quad (4.4)$$

### 3. التوربين Tutbine

لا يوجد انتقال للحرارة عبر جدران النظام (البخار) الموجود في وحدة التوربين الى المحيط الخارجي ، حيث افترضنا التوربين Isentropic Turbine ، هذا يعني ( $S = \text{constant}$ ) اثناء تمدد البخار داخل التوربين من 3-4 ، وهذه الافتراض يفيد في تحديد كسر الجفاف في النقطة 4 ( $X_4$ ) ، لنتمكن من حساب الأنتالبية للبخار المشبع في النقطة 4 وحسب الاتي :

$$w_{turb,out} = h_3 - h_4 \quad (4-5)$$

$$S_4 = S_3$$

But entropy at point 4 (saturated – liquid vapor) has dryness fraction  $X_4$  .

$$\therefore S_4 = S_f + X_4 S_{fg} \quad (4.6)$$

والانتروبية  $S_f$  ,  $S_{fg}$  تحسب من جداول البخار عند ضغط المكثف

$$\text{Hence , } X_4 = \frac{S_4 - S_f}{S_{fg}} \quad (3.7)$$

### 4. المكثف Condenser

لا يوجد شغل في المكثف ( $w=0$ )

الحرارة الخارجة من المكثف تحسب من :

$$q_{out} = q_{cond.} = h_4 - h_1 \quad (4.8)$$

وتحسب الكفاءة الحرارية (Thermal Efficiency) وتسمى أيضا كفاءة القانون الأول (First law thermal efficiency) لدورة المحطة البخارية (دورة رانكن) من العلاقة التالية :

$$\eta_{th} = \frac{w_{net}}{q_{in}} = \frac{q_{in} - q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} \quad (4.9)$$

Where  $w_{net} = q_{in} - q_{out}$

ان كفاءة محطة التوليد البخارية العملية actual power plant تعمل بين نفس حدود درجات الحرارة والضغط لدورة رانكن المثالية هي دائما اقل من الكفاءة المثالية reversible thermal efficiency نتيجة وجود خسائر حقيقية داخل وحدات المحطة كونها irreversible processes وهذه الخسائر تسمى irreversibility .

كما يمكن احتساب الكفاءة الحرارية لدورة كارنو بين حدود درجات الحرارة نفسها (درجات الحرارة بين المصدر والسنك) . وتحسب من العلاقة التالية:

$$\eta_{th,Carnot} = 1 - \frac{T_{sink}}{T_{source}} \quad (4.10)$$

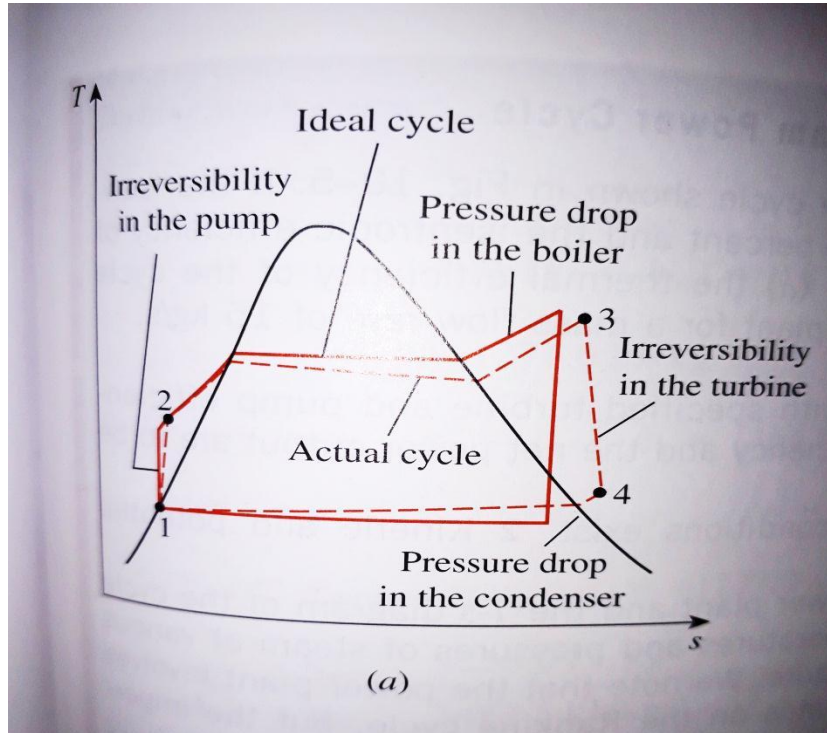
#### 4-6 : حيود دورة رانكن الحقيقية عن دورة رانكن المثالية

الاختلاف بين دورة البخار التطبيقية ودورة البخار المثالية موضحة في الشكل (a) (2-4) ، هذا الحيود بين الدورتين نتيجة : (1) خسائر ال (irreversibilities) ، (2) الاحتكاك الناتج من حركة المائع ، (3) والحرارة المفقودة من النظام (البخار) باتجاه الخارج .

الأحتكاك الناتج من حركة المائع داخل الدورة تتسبب بهبوط ضغط المرجل والمكثف والأنابيب المربوطة بين وحدات المحطة وكذلك الضغط عند نقطة دخول التوربين والذي سيكون اقل من الضغط الخارج من المرجل بسبب الخسائر داخل الانابيب الموصلة ، اما الضغط داخل وحدة المكثف يكون عادتا قليل .



(a)



(b)

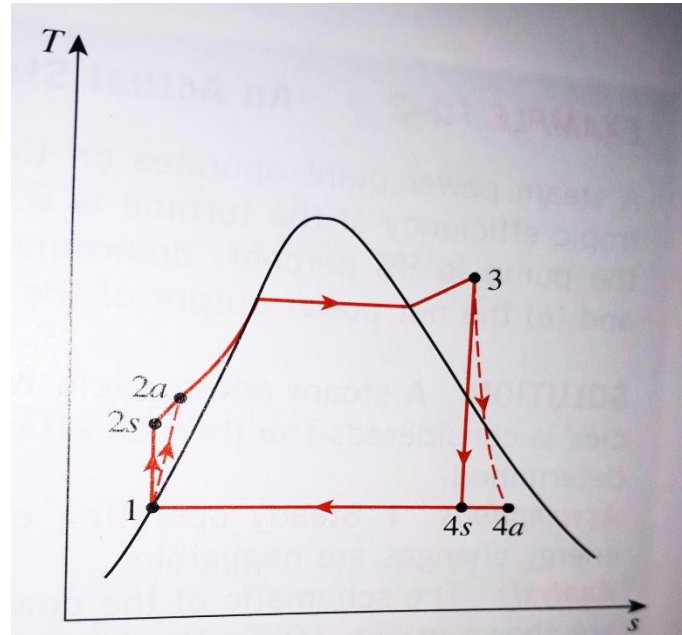


Fig.4.2 (a) Deviation of actual vapor power cycle from the ideal Rankine cycle.

(b) The effect of pump and turbine irreversibilities on the ideal Rankine cycle

تعتبر الحرارة المفقودة من البخار الى محيطه مصدر رئيسي للخسائر التي تحدث في وحدات المحطة ، لتعويض الهبوط بالضغط يتم ضخ الماء بضغط عالي لتعويض هذه الخسائر . اما تعويض الحرارة المفقودة من البخار

لأبقاء شغل المحطة بنفس المعدل فتتم عن طريق نقل حرارة اضافية الى البخار في وحدة المرجل ونتجة لهذه المعالجات الضرورية كفاءة المحطة تقل .

عمليا المهم معالجة هذه الخسائر ، ان لم تتم هذه المعالجات للخسائر سيتطلب تجهيز طاقة عالية للمضخات وانتاج قليل للتوربين . عندما نفترض ظروف التشغيل مثالية ، جريان المائع خلال وحدات المحطة يكون مثالي isentropic processes .

حيث تمثل الحالات 2a و 4a حالات الخروج الفعلية للمضخة والتوربين على التوالي ، اما الحالات 2s و 4s تمثل الحالات المثالية isentropic states وكما موضح في الشكل (4-2b).

العوامل الاخرى التي تؤخذ بنظر الاعتبار عند تحليل المحطة البخارية هي عملية تكوين الفقاعات الغازية الناتجة من سرعة تحويل البخار وتكثيفه الى سائل عند الضغوط الواطئة وتسمى هذه الظاهرة *Cavitation* ، وهذه الظاهرة تسبب تلف لريش المضخة . كذلك توجد خسائر من جراء الاحتكاك عند المساند bearings والاجزاء المتحركة الاخرى من اجزاء المحطة . الخسائر من جراء البخار المتسرب من دورة المحطة ، وبين وسط التبريد والنظام داخل وحدة المكثف واخيرا تتضمن الخسائر الطاقة المجهزة الى مراوح التبريد الخارجية ، اجمالي تلك الخسائر تحدد كفاءة وأداء محطة التوليد البخارية .

#### 7-4 العوامل المؤثرة على كفاءة دورة البخار

##### 1-7-4 انخفاض ضغط المكثف Lowering the condenser pressure

يتكون خليط مشبع بالبخار داخل المكثف عندما تكون درجة حرارة الاشباع متماثلة مع ضغط الاشباع ، ونتيجة هذا التماثل اي انخفاض في ضغط التشغيل للمكثف يؤدي الى انخفاض درجة حرارة البخار وبالتالي تقليل الحرارة المفقودة من وحدة المكثف عند هذه الدرجة .

تأثير انخفاض ضغط المكثف على كفاءة دورة البخار موضحة في الشكل (4-2) ، المنطقة المضللة تمثل الزيادة في الشغل الناتج من المحطة نتيجة الانخفاض في ضغط المكثف من  $p_4$  الى  $p'_4$  بالرغم من زيادة الطاقة الحرارية الداخلة والموضحة في المساحة تحت المنحني 2 - 2' في الشكل (4-2) لكن هذه الزيادة قليلة مقارنة مع الزيادة في المساحة تحت المنحني 1-4 من نفس الشكل . المحصلة النهائية تقليل ضغط المكثف يزيد من كفاءة دورة رانكن.

##### 2-7-4 رفع درجة حرارة البخار المحمص Superheating the steam to high Temp.

معدل درجة الحرارة للطاقة الحرارية المنتقلة الى البخار داخل وحدة المرجل يمكن زيادتها من دون زيادة الضغط داخل المرجل عن طريق تحميص البخار الى درجة حرارة عالية . تأثير تحميص البخار على اداء دورات البخار موضحة في الشكل (4-1) وعلى مخطط درجة الحرارة \_ الانتروبي . المنطقة المضللة في هذا الشكل تمثل الزيادة في الشغل الناتج من المحطة .

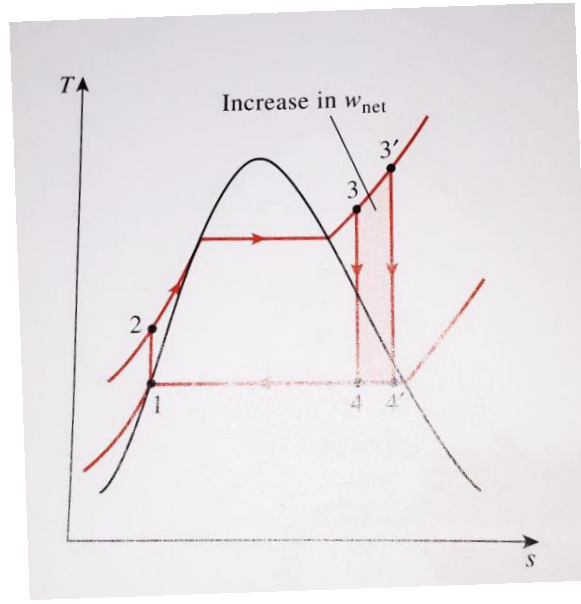
المساحة الكلية تحت منحنى الاجراء 3 - 3 تمثل الزيادة في كمية الطاقة الحرارية الداخلة heat input . المحصلة كل من الشغل والحرارة تزداد نتيجة تحميص البخار الى درجة حرارة عالية . زيادة تحميص البخار

ورفع درجة حرارته ، يؤدي الى زيادة في الكفاءة الحرارية (كفاءة القانون الاول ) للدورة نتيجة زيادة الطاقة المجهزة .

تحميص البخار وزيادة درجة حرارته مفيد ايضا في خفض رطوبة البخار الخارج من وحدة التوربين حيث يتضح من الشكل (3 - 4) ان كسر الجفاف عند نقطة الخروج 4 أعلى من النقطة 4' .

ان درجة حرارة التحميص للبخار محددة ايضا ومرتبطة بنوع المعدن المستخدم حيث لا تتجاوز درجة حرارة التحميص للبخار داخل وحدة التوربين  $620^{\circ}\text{C}$ .

اي زيادة على هذه الدرجة تعتمد على تحسين نوع وجودة المعدن المستخدم والسيراميك واعد للغاية في هذا الصدد .



الشكل (3-4) يوضح تأثير زيادة درجة حرارة تحميص البخار

### Example 4-1 :

Consider a steam power plant operating on the simple ideal Rankine cycle . steam enters the turbine at  $3\text{MPa}$  and  $350^{\circ}\text{C}$  and is condensed in the condenser at a pressure of  $75\text{ kPa}$ . Determine the thermal efficiency of this cycle.

شرح السؤال :

محطة توليد بخارية تعمل وفق دورة العالم رانكن البسيطة والمثالية ، يدخل البخار المحمص الى وحدة التوربين عند ضغط  $3\text{MPa}$  ودرجة حرارة  $350^{\circ}\text{C}$  ، وعند خروجه من وحدة التوربين يدخل الى وحدة المكثف *condenser* عند ضغط  $75\text{kPa}$  . المطلوب ايجاد الكفاءة الحرارية لهذه الدورة.

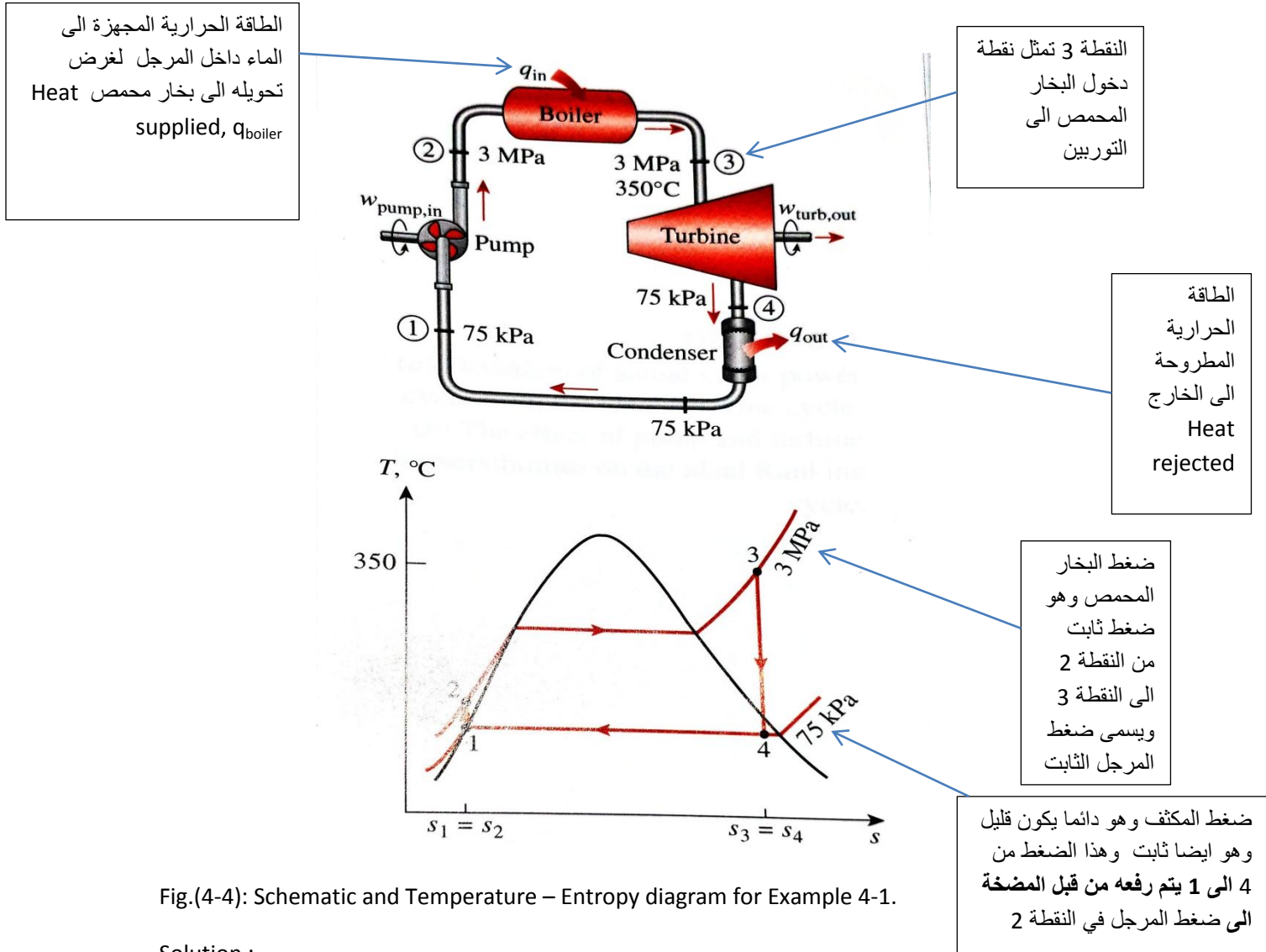


Fig.(4-4): Schematic and Temperature – Entropy diagram for Example 4-1.

Solution :

النقطة 1 الموضحة على المخطط اعلاه ، تمثل نقطة خروج السائل المشبع من وحدة المضخة pump. من جداول البخار للسائل المشبع نجد خواص السائل في تلك النقطة وهو عند ضغط المكثف condenser المعطى في السؤال 75kPa.

State 1 : given  $P_1=75 \text{ kPa}$  and saturated liquid : from steam tables (A-5) we find

$$h_1 = h_{f@75\text{kPa}} = 384.44 \text{ kJ/kg}$$

$$v_1 = v_{f@75\text{kPa}} = 0.001037 \text{ m}^3/\text{kg}$$

State 2: given  $P_2=3 \text{ MPa}$  &  $s_2=s_1$

$$W_{\text{pump,in}} = v_1(P_2 - P_1) = 0.001037(3000 - 75) = 3.03 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{But, } W_{\text{pump,in}} = h_2 - h_1$$

$$\text{Or, } h_2 = W_{\text{pump,in}} + h_1 = 3.03 + 384.44 = 387.47 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{State 3: } \begin{cases} P_3 = 3 \text{ MPa} \\ T_3 = 350^\circ\text{C} \end{cases}$$

From steam table (A-6) we find for superheated vapor

$$h_3 = 3116.1 \text{ kJ/kg} \quad ; \quad s_3 = 6.7450 \text{ kJ/kg.K}$$

State 4 :  $P_4 = 75 \text{ kPa}$  , saturated mixture (wet vapor)

$s_4 = s_3$  , since we assume reversible adiabatic turbine (isentropic turbine)

ذكرنا في الفصل الثالث ( فصل البخار ) ان كل نقطة تقع داخل المنطقة المحصورة بين خط السائل المشبع S.L.L و خط البخار المشبع S.V.L ، تكون حالة البخار عند هذه النقطة عبارة عن بخار رطب (wet vapor) او خليط بخار (mixture) ، ونقصد بخار رطب يعني يحتوي على (سائل + بخار) والنقطة 4 في هذا المثال واقعة في منطقة البخار الرطب او نستطيع تسميته ايضا منطقة خليط البخار وكل خاصية للبخار الرطب عند هذه النقطة يمكن ان تحسب من العلاقات الاتية :

$$h_{g,4} = h_{f,4} + x_4 h_{fg,4}$$

$$s_{g,4} = s_{f,4} + x_4 s_{fg,4}$$

$$v_{g,4} = v_{f,4} + x_4 v_{fg,4}$$

وهكذا لبقية الخواص ، يمكن ان تكتب علاقاتها بنفس الطريقة علما ان  $x$  يمثل كسر الجفاف للبخار في النقطة 4 ، ومن الرسم نجد ان النقطة 4 قريبة من خط البخار المشبع وهذا يعني ان قيمة كسر الجفاف تكون قريبة من 1 كون قيمة كسر الجفاف تساوي 1 على خط البخار المشبع S.L.L.

عند النقطة 3 نقطة الدخول الى وحدة التوربين  $s_3$  معلومة تم ايجادها من جداول البخار المحمص كون الضغط ودرجة الحرارة عندنا معلومة معطاة في السؤال ويمكن الاستفادة من المعادلة الثانية اعلاه والخاصة بالانتروبي لايجاد قيمة كسر الجفاف عند النقطة 4 وحسب الاتي :

At state 4 :  $P_4 = 75 \text{ kPa}$  , from steam table (A-5) we find

$$h_{fg} = 2278.0 \text{ kJ/kg} \quad ; \quad s_f = 1.2132 \text{ kJ/kg.K} \quad ; \quad s_{fg} = 6.2426 \text{ kJ/kg.K}$$

$$s_{g,4} = s_{f,4} + x_4 s_{fg,4}$$

Or,

$$x_4 = \frac{s_{g,4} - s_{f,4}}{s_{fg,4}} = \frac{6.7450 - 1.2132}{6.2426} = 0.8861$$

From this equation we can find the enthalpy at point 4 :

$$h_{g,4} = h_{f,4} + x_4 h_{fg,4} = 384.44 + 0.8861(2278.0) = 2403.0 \text{ kJ/kg}$$

من معادلات التوازن للطاقة *Energy balance* لكل وحدة من وحدات الدورة ، نحسب الاتي :

1. الطاقة الداخلة الى النظام (طاقة التجهيز *Heat supplied*) في وحدة المرجل ( تجهز هذه الطاقة عن طريق افران او عن طريق حرق الوقود وهي تعتبر طاقة مجهزة من المحيط الى النظام (الماء) المطلوب تحويله الى بخار وتكون اشارة هذه الطاقة موجبة (+ve) وتحسب هذه الطاقة من العلاقة الاتية :

$$q_{in} = q_{boiler} = h_3 - h_2 = 3116.1 - 387.47 = 2728.6 \text{ kJ/kg}$$

2. نحسب الطاقة الحرارية المطروحة من قبل النظام (من وحدة المكثف *Heat rejected (condenser)* ونطرح من النظام (البخار الداخل الى وحدة المكثف يفقد الحرارة باتجاه المحيط الخارجي وقد يكون هذا المحيط ماء او هواء ) وتكون اشارة هذه الحرارة المفقودة سالبة (-ve) وتحسب من العلاقة الاتية :

$$q_{out} = q_{condenser} = h_1 - h_4 = 384.44 - 2403.0 = -2018.6 \text{ kJ/kg}$$

الاشارة السالبة تعني ان الطاقة الحرارية مطروحة خارج النظام ، لكن في الحسابات تهمنا قيمتها المطلقة فقط . 2018.6 kJ/kg

3. نحسب الكفاءة الحرارية لدورة رانكن (دورة البخار ) من العلاقة ادناه :

$$\eta_{th} = \frac{\text{net work}}{\text{Heat supplied}} = \frac{w_{net}}{q_{in}} = \frac{q_{in} - q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{2018.6}{2728.6} = 0.26 \text{ or } 26\%$$

ويمكن ايضا ان نحسب الكفاءة الحرارية من :

$$w_{out,turbine} = h_3 - h_4 = 3116.1 - 2403.0 = 713.1 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{net} = w_{out,turb} - w_{in,pump} = 713.1 - 3.03 = 710.1 \text{ kJ/kg}$$

Or

$$w_{net} = q_{in} - q_{out} = 2728.6 - 2018.6 = 710.1 \text{ kJ/kg}$$

And

$$\eta_{th} = \frac{w_{net}}{q_{in}} = \frac{710.1}{2728.6} = 0.26 \text{ or } 26\%$$

ماذا تعني الكفاءة 26%؟

ج/ تعني ان 26% من طاقة التجهيز ( $q_{in}=2728.6 \text{ kJ/kg}$ ) تتحول الى شغل ناتج وباقي الحرارة تطرح الى الخارج عن طريق وحدة المكثف .

4. دورة البخار المعطاة في هذا المثال تعمل بين درجتي الحرارة :

Maximum temperature= Boiler temperature= temperature of superheat vapor= $T_{source}$   
=350°C

Minimum temperature= condenser temperature= $T_{sink} = 91.76^\circ\text{C}$

درجة حرارة المكثف  $T_{sink}$  تم ايجادها من جداول البخار وهي الدرجة المناظرة لضغط المكثف  $P=75 \text{ kPa}$  .

السؤال : هل يمكن ايجاد كفاءة دورة رانكن اذا اعتبرت تعمل كدورة مثالية مثل دورة كارنوت

ج/ نعم نجدها من العلاقة الاتية :

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{(91.76 + 273)}{(350 + 273)} = 0.415$$

الفرق بين الكفاءتين بسبب الخسائر الحرارية التي تحدث اثناء عمل الدورة ومن اهم تلك الخسائر هي خسائر نتيجة الاحتكاك.

5. ادناه جداول البخار التي تم استخدامها في حل المثال

TABLE A-5

Saturated water—Pressure table

| Press.,<br>P kPa | Sat.<br>temp.,<br>T <sub>sat</sub> °C | Specific volume,<br>m <sup>3</sup> /kg |                                  | Internal energy,<br>kJ/kg         |                           |                                  | Enthalpy,<br>kJ/kg                |                           |                                  | Entropy,<br>kJ/kg·K               |                           |                                  |
|------------------|---------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|---------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|---------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|---------------------------|----------------------------------|
|                  |                                       | Sat.<br>liquid,<br>v <sub>f</sub>      | Sat.<br>vapor,<br>v <sub>g</sub> | Sat.<br>liquid,<br>u <sub>f</sub> | Evap.,<br>u <sub>fg</sub> | Sat.<br>vapor,<br>u <sub>g</sub> | Sat.<br>liquid,<br>h <sub>f</sub> | Evap.,<br>h <sub>fg</sub> | Sat.<br>vapor,<br>h <sub>g</sub> | Sat.<br>liquid,<br>s <sub>f</sub> | Evap.,<br>s <sub>fg</sub> | Sat.<br>vapor,<br>s <sub>g</sub> |
| 1.0              | 6.97                                  | 0.001000                               | 129.19                           | 29.302                            | 2355.2                    | 2384.5                           | 29.303                            | 2484.4                    | 2513.7                           | 0.1059                            | 8.8690                    | 8.9749                           |
| 1.5              | 13.02                                 | 0.001001                               | 87.964                           | 54.686                            | 2338.1                    | 2392.8                           | 54.688                            | 2470.1                    | 2524.7                           | 0.1956                            | 8.6314                    | 8.8270                           |
| 2.0              | 17.50                                 | 0.001001                               | 66.990                           | 73.431                            | 2325.5                    | 2398.9                           | 73.433                            | 2459.5                    | 2532.9                           | 0.2606                            | 8.4621                    | 8.7227                           |
| 2.5              | 21.08                                 | 0.001002                               | 54.242                           | 88.422                            | 2315.4                    | 2403.8                           | 88.424                            | 2451.0                    | 2539.4                           | 0.3118                            | 8.3302                    | 8.6421                           |
| 3.0              | 24.08                                 | 0.001003                               | 45.654                           | 100.98                            | 2306.9                    | 2407.9                           | 100.98                            | 2443.9                    | 2544.8                           | 0.3543                            | 8.2222                    | 8.5765                           |
| 4.0              | 28.96                                 | 0.001004                               | 34.791                           | 121.39                            | 2293.1                    | 2414.5                           | 121.39                            | 2432.3                    | 2553.7                           | 0.4224                            | 8.0510                    | 8.4734                           |
| 5.0              | 32.87                                 | 0.001005                               | 28.185                           | 137.75                            | 2282.1                    | 2419.8                           | 137.75                            | 2423.0                    | 2560.7                           | 0.4762                            | 7.9176                    | 8.3938                           |
| 7.5              | 40.29                                 | 0.001008                               | 19.233                           | 168.74                            | 2261.1                    | 2429.8                           | 168.75                            | 2405.3                    | 2574.0                           | 0.5763                            | 7.6738                    | 8.2501                           |
| 10               | 45.81                                 | 0.001010                               | 14.670                           | 191.79                            | 2245.4                    | 2437.2                           | 191.81                            | 2392.1                    | 2583.9                           | 0.6492                            | 7.4996                    | 8.1488                           |
| 15               | 53.97                                 | 0.001014                               | 10.020                           | 225.93                            | 2222.1                    | 2448.0                           | 225.94                            | 2372.3                    | 2598.3                           | 0.7549                            | 7.2522                    | 8.0071                           |
| 20               | 60.06                                 | 0.001017                               | 7.6481                           | 251.40                            | 2204.6                    | 2456.0                           | 251.42                            | 2357.5                    | 2608.9                           | 0.8320                            | 7.0752                    | 7.9073                           |
| 25               | 64.96                                 | 0.001020                               | 6.2034                           | 271.93                            | 2190.4                    | 2462.4                           | 271.96                            | 2345.5                    | 2617.5                           | 0.8932                            | 6.9370                    | 7.8302                           |
| 30               | 69.09                                 | 0.001022                               | 5.2287                           | 289.24                            | 2178.5                    | 2467.7                           | 289.27                            | 2335.3                    | 2624.6                           | 0.9441                            | 6.8234                    | 7.7675                           |
| 40               | 75.86                                 | 0.001026                               | 3.9933                           | 317.58                            | 2158.8                    | 2476.3                           | 317.62                            | 2318.4                    | 2636.1                           | 1.0261                            | 6.6430                    | 7.6691                           |
| 50               | 81.32                                 | 0.001030                               | 3.2403                           | 340.49                            | 2142.7                    | 2483.2                           | 340.54                            | 2304.7                    | 2645.2                           | 1.0912                            | 6.5019                    | 7.5931                           |
| 75               | 91.76                                 | 0.001037                               | 2.2172                           | 384.36                            | 2111.8                    | 2496.1                           | 384.44                            | 2278.0                    | 2662.4                           | 1.2132                            | 6.2426                    | 7.4558                           |
| 100              | 99.61                                 | 0.001043                               | 1.6941                           | 417.40                            | 2088.2                    | 2505.6                           | 417.51                            | 2257.5                    | 2675.0                           | 1.3028                            | 6.0562                    | 7.3589                           |
| 101.325          | 99.97                                 | 0.001043                               | 1.6734                           | 418.95                            | 2087.0                    | 2506.0                           | 419.06                            | 2256.5                    | 2675.6                           | 1.3069                            | 6.0476                    | 7.3545                           |
| 125              | 105.97                                | 0.001048                               | 1.3750                           | 444.23                            | 2068.8                    | 2513.0                           | 444.36                            | 2240.6                    | 2684.9                           | 1.3741                            | 5.9100                    | 7.2841                           |
| 150              | 111.35                                | 0.001053                               | 1.1594                           | 466.97                            | 2052.3                    | 2519.2                           | 467.13                            | 2226.0                    | 2693.1                           | 1.4337                            | 5.7894                    | 7.2231                           |
| 175              | 116.04                                | 0.001057                               | 1.0037                           | 486.82                            | 2037.7                    | 2524.5                           | 487.01                            | 2213.1                    | 2700.2                           | 1.4850                            | 5.6865                    | 7.1716                           |
| 200              | 120.21                                | 0.001061                               | 0.88578                          | 504.50                            | 2024.6                    | 2529.1                           | 504.71                            | 2201.6                    | 2706.3                           | 1.5302                            | 5.5968                    | 7.1270                           |
| 225              | 123.97                                | 0.001064                               | 0.79329                          | 520.47                            | 2012.7                    | 2533.2                           | 520.71                            | 2191.0                    | 2711.7                           | 1.5706                            | 5.5171                    | 7.0877                           |
| 250              | 127.41                                | 0.001067                               | 0.71873                          | 535.08                            | 2001.8                    | 2536.8                           | 535.35                            | 2181.2                    | 2716.5                           | 1.6072                            | 5.4453                    | 7.0525                           |
| 275              | 130.58                                | 0.001070                               | 0.65732                          | 548.57                            | 1991.6                    | 2540.1                           | 548.86                            | 2172.0                    | 2720.9                           | 1.6408                            | 5.3800                    | 7.0207                           |
| 300              | 133.52                                | 0.001073                               | 0.60582                          | 561.11                            | 1982.1                    | 2543.2                           | 561.43                            | 2163.3                    | 2724.9                           | 1.6717                            | 5.3200                    | 6.9917                           |
| 325              | 136.27                                | 0.001076                               | 0.56199                          | 572.84                            | 1973.1                    | 2545.9                           | 573.19                            | 2155.4                    | 2728.6                           | 1.7005                            | 5.2645                    | 6.9650                           |
| 350              | 138.86                                | 0.001079                               | 0.52422                          | 583.89                            | 1964.6                    | 2548.5                           | 584.26                            | 2147.7                    | 2732.0                           | 1.7274                            | 5.2128                    | 6.9402                           |
| 375              | 141.30                                | 0.001081                               | 0.49133                          | 594.32                            | 1956.6                    | 2550.9                           | 594.73                            | 2140.4                    | 2735.1                           | 1.7526                            | 5.1645                    | 6.9171                           |
| 400              | 143.61                                | 0.001084                               | 0.46242                          | 604.22                            | 1948.9                    | 2553.1                           | 604.66                            | 2133.4                    | 2738.1                           | 1.7765                            | 5.1191                    | 6.8955                           |
| 450              | 147.90                                | 0.001088                               | 0.41392                          | 622.65                            | 1934.5                    | 2557.1                           | 623.14                            | 2120.3                    | 2743.4                           | 1.8205                            | 5.0356                    | 6.8561                           |
| 500              | 151.83                                | 0.001093                               | 0.37483                          | 639.54                            | 1921.2                    | 2560.7                           | 640.09                            | 2108.0                    | 2748.1                           | 1.8604                            | 4.9603                    | 6.8207                           |
| 550              | 155.46                                | 0.001097                               | 0.34261                          | 655.16                            | 1908.8                    | 2563.9                           | 655.77                            | 2096.6                    | 2752.4                           | 1.8970                            | 4.8916                    | 6.7886                           |
| 600              | 158.83                                | 0.001101                               | 0.31560                          | 669.72                            | 1897.1                    | 2566.8                           | 670.38                            | 2085.8                    | 2756.2                           | 1.9308                            | 4.8285                    | 6.7593                           |
| 650              | 161.98                                | 0.001104                               | 0.29260                          | 683.37                            | 1886.1                    | 2569.4                           | 684.08                            | 2075.5                    | 2759.6                           | 1.9623                            | 4.7699                    | 6.7322                           |
| 700              | 164.95                                | 0.001108                               | 0.27278                          | 696.23                            | 1875.6                    | 2571.8                           | 697.00                            | 2065.8                    | 2762.8                           | 1.9918                            | 4.7153                    | 6.7071                           |
| 750              | 167.75                                | 0.001111                               | 0.25552                          | 708.40                            | 1865.6                    | 2574.0                           | 709.24                            | 2056.4                    | 2765.7                           | 2.0195                            | 4.6642                    | 6.6837                           |

من هذا الصف  
الافقي نجد  
الخواص  
المطلوبة  
للبخار المشبع  
عند النقطة 4  
وللسائل  
المشبع عند  
النقطة 1

هذا هو  
ضغط  
المكثف  
المعطى  
في السؤال  
75kPa



TABLE A-6

Superheated water (Continued)

| TABLE A-6<br>Superheated water (Continued) |                         |            |            |              |                         |            |            |              |                         |                         |            |              |  |  |
|--------------------------------------------|-------------------------|------------|------------|--------------|-------------------------|------------|------------|--------------|-------------------------|-------------------------|------------|--------------|--|--|
| T<br>°C                                    | v<br>m <sup>3</sup> /kg | u<br>kJ/kg | h<br>kJ/kg | s<br>kJ/kg·K | v<br>m <sup>3</sup> /kg | u<br>kJ/kg | h<br>kJ/kg | s<br>kJ/kg·K | v<br>m <sup>3</sup> /kg | u<br>kJ/kg              | h<br>kJ/kg | s<br>kJ/kg·K |  |  |
| P = 1.00 MPa (179.88°C)                    |                         |            |            |              | P = 1.20 MPa (187.96°C) |            |            |              |                         | P = 1.40 MPa (195.04°C) |            |              |  |  |
| Sat.                                       | 0.19437                 | 2582.8     | 2777.1     | 6.5850       | 0.16326                 | 2587.8     | 2783.8     | 6.5217       | 0.14078                 | 2591.8                  | 2788.9     | 6.4675       |  |  |
| 200                                        | 0.20602                 | 2622.3     | 2828.3     | 6.6956       | 0.16934                 | 2612.9     | 2816.1     | 6.5909       | 0.14303                 | 2602.7                  | 2803.0     | 6.4975       |  |  |
| 250                                        | 0.23275                 | 2710.4     | 2943.1     | 6.9265       | 0.19241                 | 2704.7     | 2935.6     | 6.8313       | 0.16356                 | 2698.9                  | 2927.9     | 6.7488       |  |  |
| 300                                        | 0.25799                 | 2793.7     | 3051.6     | 7.1246       | 0.21386                 | 2789.7     | 3046.3     | 7.0335       | 0.18233                 | 2785.7                  | 3040.9     | 6.9553       |  |  |
| 350                                        | 0.28250                 | 2875.7     | 3158.2     | 7.3029       | 0.23455                 | 2872.7     | 3154.2     | 7.2139       | 0.20029                 | 2869.7                  | 3150.1     | 7.1379       |  |  |
| 400                                        | 0.30661                 | 2957.9     | 3264.5     | 7.4670       | 0.25482                 | 2955.5     | 3261.3     | 7.3793       | 0.21782                 | 2953.1                  | 3258.1     | 7.3046       |  |  |
| 450                                        | 0.35411                 | 3125.0     | 3479.1     | 7.7642       | 0.29464                 | 3123.4     | 3477.0     | 7.6779       | 0.25216                 | 3121.8                  | 3474.8     | 7.6047       |  |  |
| 500                                        | 0.40111                 | 3297.5     | 3698.6     | 8.0311       | 0.33395                 | 3296.3     | 3697.0     | 7.9456       | 0.28597                 | 3295.1                  | 3695.5     | 7.8730       |  |  |
| 550                                        | 0.44783                 | 3476.3     | 3924.1     | 8.2755       | 0.37297                 | 3475.3     | 3922.9     | 8.1904       | 0.31951                 | 3474.4                  | 3921.7     | 8.1183       |  |  |
| 600                                        | 0.49438                 | 3661.7     | 4156.1     | 8.5024       | 0.41184                 | 3661.0     | 4155.2     | 8.4176       | 0.35288                 | 3474.4                  | 4154.3     | 8.3458       |  |  |
| 700                                        | 0.54083                 | 3853.9     | 4394.8     | 8.7150       | 0.45059                 | 3853.3     | 4394.0     | 8.6303       | 0.38614                 | 3852.7                  | 4393.3     | 8.5587       |  |  |
| 800                                        | 0.58721                 | 4052.7     | 4640.0     | 8.9155       | 0.48928                 | 4052.2     | 4639.4     | 8.8310       | 0.41933                 | 4051.7                  | 4638.8     | 8.7595       |  |  |
| 900                                        | 0.63354                 | 4257.9     | 4891.4     | 9.1057       | 0.52792                 | 4257.5     | 4891.0     | 9.0212       | 0.45247                 | 4257.0                  | 4890.5     | 8.9497       |  |  |
| 1000                                       | 0.67983                 | 4469.0     | 5148.9     | 9.2866       | 0.56652                 | 4468.7     | 5148.5     | 9.2022       | 0.48558                 | 4468.3                  | 5148.1     | 9.1308       |  |  |
| 1100                                       | 0.72610                 | 4685.8     | 5411.9     | 9.4593       | 0.60509                 | 4685.5     | 5411.6     | 9.3750       | 0.51866                 | 4685.1                  | 5411.3     | 9.3036       |  |  |
| 1200                                       |                         |            |            |              |                         |            |            |              |                         |                         |            |              |  |  |
| 1300                                       |                         |            |            |              |                         |            |            |              |                         |                         |            |              |  |  |
| P = 1.60 MPa (201.37°C)                    |                         |            |            |              | P = 1.80 MPa (207.11°C) |            |            |              |                         | P = 2.00 MPa (212.38°C) |            |              |  |  |
| Sat.                                       | 0.12374                 | 2594.8     | 2792.8     | 6.4200       | 0.11037                 | 2597.3     | 2795.9     | 6.3775       | 0.09959                 | 2599.1                  | 2798.3     | 6.3390       |  |  |
| 225                                        | 0.13293                 | 2645.1     | 2857.8     | 6.5537       | 0.11678                 | 2637.0     | 2847.2     | 6.4825       | 0.10381                 | 2628.5                  | 2836.1     | 6.4160       |  |  |
| 250                                        | 0.14190                 | 2692.9     | 2919.9     | 6.6753       | 0.12502                 | 2686.7     | 2911.7     | 6.6088       | 0.11150                 | 2680.3                  | 2903.3     | 6.5475       |  |  |
| 300                                        | 0.15866                 | 2781.6     | 3035.4     | 6.8864       | 0.14025                 | 2777.4     | 3029.9     | 6.8246       | 0.12551                 | 2773.2                  | 3024.2     | 6.7684       |  |  |
| 350                                        | 0.17459                 | 2866.6     | 3146.0     | 7.0713       | 0.15460                 | 2863.6     | 3141.9     | 7.0120       | 0.13860                 | 2860.5                  | 3137.7     | 6.9583       |  |  |
| 400                                        | 0.19007                 | 2950.8     | 3254.9     | 7.2394       | 0.16849                 | 2948.3     | 3251.6     | 7.1814       | 0.15122                 | 2945.9                  | 3248.4     | 7.1292       |  |  |
| 450                                        | 0.20209                 | 3120.1     | 3472.6     | 7.5410       | 0.19551                 | 3118.5     | 3470.4     | 7.4845       | 0.17568                 | 3116.9                  | 3468.3     | 7.4337       |  |  |
| 500                                        | 0.22499                 | 3293.9     | 3693.9     | 7.8101       | 0.22200                 | 3292.7     | 3692.3     | 7.7543       | 0.19962                 | 3291.5                  | 3690.7     | 7.7043       |  |  |
| 550                                        | 0.24999                 | 3473.5     | 3920.5     | 8.0558       | 0.24822                 | 3472.6     | 3919.4     | 8.0005       | 0.22326                 | 3471.7                  | 3918.2     | 7.9509       |  |  |
| 600                                        | 0.27941                 | 3659.5     | 4153.4     | 8.2834       | 0.27426                 | 3658.8     | 4152.4     | 8.2284       | 0.24674                 | 3658.0                  | 4151.5     | 8.1791       |  |  |
| 700                                        | 0.30865                 | 3852.1     | 4392.6     | 8.4965       | 0.30020                 | 3851.5     | 4391.9     | 8.4417       | 0.27012                 | 3850.9                  | 4391.1     | 8.3925       |  |  |
| 800                                        | 0.33780                 | 4051.2     | 4638.2     | 8.6974       | 0.32606                 | 4050.7     | 4637.6     | 8.6427       | 0.29342                 | 4050.2                  | 4637.1     | 8.5936       |  |  |
| 900                                        | 0.36687                 | 4256.6     | 4890.0     | 8.8878       | 0.35188                 | 4256.2     | 4889.6     | 8.8331       | 0.31667                 | 4255.7                  | 4889.1     | 8.7842       |  |  |
| 1000                                       | 0.39589                 | 4467.9     | 5147.7     | 9.0689       | 0.37766                 | 4467.6     | 5147.3     | 9.0143       | 0.33989                 | 4467.2                  | 5147.0     | 8.9654       |  |  |
| 1100                                       | 0.42488                 | 4684.8     | 5410.9     | 9.2418       | 0.40341                 | 4684.5     | 5410.6     | 9.1872       | 0.36308                 | 4684.2                  | 5410.3     | 9.1384       |  |  |
| 1200                                       | 0.45383                 | 4684.8     | 5410.9     | 9.2418       |                         |            |            |              |                         |                         |            |              |  |  |
| 1300                                       |                         |            |            |              |                         |            |            |              |                         |                         |            |              |  |  |
| P = 2.50 MPa (223.95°C)                    |                         |            |            |              | P = 3.00 MPa (233.85°C) |            |            |              |                         | P = 3.50 MPa (242.56°C) |            |              |  |  |
| Sat.                                       | 0.07995                 | 2602.1     | 2801.9     | 6.2558       | 0.06667                 | 2603.2     | 2803.2     | 6.1856       | 0.05706                 | 2603.0                  | 2802.7     | 6.1244       |  |  |
| 225                                        | 0.08026                 | 2604.8     | 2805.5     | 6.2629       | 0.07063                 | 2644.7     | 2856.5     | 6.2893       | 0.05876                 | 2624.0                  | 2829.7     | 6.1764       |  |  |
| 250                                        | 0.08705                 | 2663.3     | 2880.9     | 6.4107       | 0.08118                 | 2750.8     | 2994.3     | 6.5412       | 0.06845                 | 2738.8                  | 2978.4     | 6.4484       |  |  |
| 300                                        | 0.09894                 | 2762.2     | 3009.6     | 6.6459       | 0.09056                 | 2844.4     | 3116.1     | 6.7450       | 0.07680                 | 2836.0                  | 3104.9     | 6.6601       |  |  |
| 350                                        | 0.10979                 | 2852.5     | 3127.0     | 6.8424       | 0.09938                 | 2933.6     | 3231.7     | 6.9235       | 0.08456                 | 2927.2                  | 3223.2     | 6.8428       |  |  |
| 400                                        | 0.12012                 | 2939.8     | 3240.1     | 7.0170       | 0.10789                 | 3021.2     | 3344.9     | 7.0856       | 0.09198                 | 3016.1                  | 3338.1     | 7.0074       |  |  |
| 450                                        | 0.13015                 | 3026.2     | 3351.6     | 7.1768       | 0.11620                 | 3108.6     | 3457.2     | 7.2359       | 0.09919                 | 3104.5                  | 3451.7     | 7.1593       |  |  |
| 500                                        | 0.13999                 | 3112.8     | 3462.8     | 7.3254       | 0.12425                 | 3285.5     | 3682.8     | 7.5103       | 0.11325                 | 3282.5                  | 3678.9     | 7.4357       |  |  |
| 550                                        | 0.15931                 | 3288.5     | 3686.8     | 7.5979       | 0.13245                 | 3285.5     | 3682.8     | 7.5103       | 0.12702                 | 3464.7                  | 3909.3     | 7.6855       |  |  |
| 600                                        | 0.15931                 | 3288.5     | 3686.8     | 7.5979       | 0.14841                 | 3467.0     | 3912.2     | 7.7590       | 0.12702                 | 3464.7                  | 3909.3     | 7.6855       |  |  |
| 700                                        | 0.17835                 | 3469.3     | 3915.2     | 7.8455       | 0.16420                 | 3654.3     | 4146.9     | 7.9885       | 0.14061                 | 3652.5                  | 4144.6     | 7.9156       |  |  |
| 800                                        | 0.19722                 | 3656.2     | 4149.2     | 8.0744       | 0.17988                 | 3847.9     | 4387.5     | 8.2028       | 0.15410                 | 3846.4                  | 4385.7     | 8.1304       |  |  |
| 900                                        | 0.21597                 | 3849.4     | 4389.3     | 8.2882       | 0.19549                 | 4047.7     | 4634.2     | 8.4045       | 0.16751                 | 4046.4                  | 4632.7     | 8.3324       |  |  |
| 1000                                       | 0.23466                 | 4049.0     | 4635.6     | 8.4897       | 0.21105                 | 4253.6     | 4886.7     | 8.5955       | 0.18087                 | 4252.5                  | 4885.6     | 8.5236       |  |  |
| 1100                                       | 0.25330                 | 4254.7     | 4887.9     | 8.6804       | 0.22658                 | 4465.3     | 5145.1     | 8.7771       | 0.19420                 | 4464.4                  | 5144.1     | 8.7051       |  |  |
| 1200                                       | 0.27190                 | 4466.3     | 5146.0     | 8.8618       | 0.24207                 | 4682.6     | 5408.8     | 8.9502       | 0.20750                 | 4681.8                  | 5408.0     | 8.878        |  |  |
| 1300                                       | 0.29048                 | 4683.4     | 5409.5     | 9.0349       |                         |            |            |              |                         |                         |            |              |  |  |

درجة  
حرارة  
البخار  
المحصر

350°C

ضغط البخار  
المحصر 3MPa

من الصف الأفقي  
المقابل لدرجة حرارة  
البخار المحصر ومن  
حقل ضغط البخار  
اوجدنا خواص البخار  
المحصر

ملاحظة :

ما تم شرحه وتوضيحه في الفقرات اعلاه من بداية الفصل يخص دورة البخار وهي تسمى  
ايضا (دورة رانكن Rankine cycle).



## اما الفقرات التالية توضح دورات الغاز (الهواء)

### 4-8 Gas Power Cycles

#### 1. Definition of a cycle

A cycle is defined as a repeated series of operations occurring in a certain order.

The cycle may be of imaginary perfect engine (**ideal cycle**) or actual engine (**actual cycle**).

In ideal cycle all accidental heat losses are prevented and the working substance is assumed to behave like a perfect working substance.

الشرح :

دورات المحطات التي تعمل بالبخار تسمى دورات البخار steam cycle وهذه الدورات تعمل وفق دورة العالم رانكن وسميت بأسمه Rankine cycle .

اما الدورات التي تعمل بالغاز الهواء عادتاً تسمى الدورات الغازية Gas cycles .

جميع الدورات اما ان تدرس وفق ظروف مثالية (من الناحية النظرية فقط) وتسمى دورات مثالية (نظرية) Ideal cycles وفي هذه الدورات تمنع حدوث الخسائر الحرارية . او تكون دورات فعلية وتسمى Actual cycle وفي مثل هذه الدورات تكون الخسائر الحرارية امر واقع.

#### 2. Air standard cycle

The efficiency of engine using air as the working substance is known as an "**Air standard efficiency**". This efficiency is often called **ideal efficiency**.

تعني عبارة working substance مادة التشغيل ( ومادة التشغيل عادتاً تمثل النظام system المراد دراسته )

مادة التشغيل لدورات الهواء المثالية ( النظرية ) ideal cycle هو الهواء وكفاءة هذه الدورات ايضاً تكون مثالية ideal efficiency وتكون عادتاً اكبر من كفاءة الدورة الحقيقية .actual efficiency

دورات الهواء المثالية تشمل الاتي :

1) the Carnot cycle

2) constant volume cycle (or Otto cycle)

3) constant pressure cycle (or Diesel cycle)

4) Dual combustion cycle

5) Atkinson cycle

6) Brayton cycle

اما دورة كارنو سبق وان تم شرحها وتوضيحها وهي باختصار عبارة عن اربعة اجراءات  
four processes، اثنان منها reversible isothermal والاثنان الباقية هي  
reversible adiabatic . بمعنى اخر

### 1) Carnot cycle :

This cycle has the highest possible efficiency and consist of four simple operations namely,

(a) isothermal expansion

(b) adiabatic expansion

(c) isothermal compression

(d) adiabatic compression

وهذه الدورة لا يمكن ان تحدث من الناحية العملية هي فقط دورة نظرية افتراضية وضعها  
العالم الفرنسي كارنو ، وسميت على اسمه .

تفاصيل دورة كارنو تمثيلها بالرسم ، علاقاتها الرياضية ، امثلة محلولة تم توضيحها في  
المحاضرات السابقة.

### 2) Constant volume cycle (or Otto cycle)

هذه الدورة حملت اسم العالم الذي درسها واسمه " أوتو Otto " .



*Heat supplied at constant volume*  $= c_v(T_3 - T_2)$

*Heat rejected at constant volume*  $= c_v(T_4 - T_1)$

**But, work done = Heat supplied – Heat rejected**

$$= c_v(T_3 - T_2) - c_v(T_4 - T_1)$$

$$\text{Efficiency} = \frac{\text{Work done}}{\text{Heat supplied}} = \frac{c_v(T_3 - T_2) - c_v(T_4 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2)}$$

$$= 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad (\text{i})$$

**Let compression ratio ,  $r_c = r = \frac{v_1}{v_2}$**

**Expansion ratio  $r_e = r = \frac{v_4}{v_3}$**

**These two ratios are same in this cycle**

$$\text{As } \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1}$$

$$T_2 = T_1 \cdot (r)^{\gamma-1}$$

$$\text{Similarly, } \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{v_4}{v_3}\right)^{\gamma-1}$$

$$T_3 = T_4 \cdot (r)^{\gamma-1}$$

**Inserting the values of  $T_2$  and  $T_3$  in equation (i) ,**

$$\text{we get, } \eta_{Otto} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_4 \cdot (r)^{\gamma-1} - T_1 \cdot (r)^{\gamma-1}}$$

$$\eta_{Otto} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{r^{\gamma-1}(T_4 - T_1)} = 1 - \frac{1}{(r)^{(\gamma-1)}}$$

*This expression is known as the **air standard efficiency** of the Otto cycle.*

### 3) Constant pressure or Diesel cycle

هذه الدورة قدمت من قبل الدكتور ديزل Diesel ، وسميت المحركات التي تعمل وفق هذه الدورة بمحركات ديزل .

This cycle comprises of the following operations:

هذه الدورة تضم الإجراءات التالية :

- (i) 1-2 .....adiabatic compression
- (ii) 2-3 .....addition of heat at constant pressure
- (iii) 3-4 .....adibatic compression
- (iv) 4-1 .....rejection of heat at constant volume

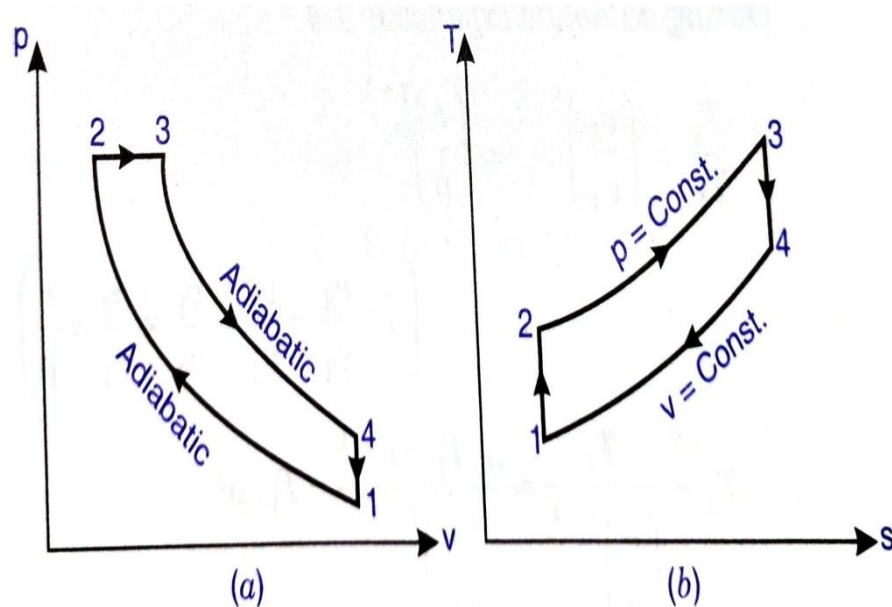


Fig.(4-6): Diesel cycle on p-v and T-s diagram

Consider 1 kg of air

$$\text{Heat supplied at constant pressure} = c_p(T_3 - T_2)$$

*Heat rejected at constant volume* =  $c_v(T_4 - T_1)$

**Work done = Heat supplied – Heat rejected**

$$= c_p(T_3 - T_2) - c_v(T_4 - T_1)$$

**Diesel efficiency,  $\eta_{Diesel} = \frac{\text{work done}}{\text{Heat supplied}}$**

$$= \frac{c_p(T_3 - T_2) - c_v(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)}$$

$$= 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{\gamma(T_3 - T_2)}$$

$$\text{Since, } \gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

#### 4) Dual combustion cycle

This cycle( also called the limited pressure cycle or mixed cycle) is a combination of Otto and Diesel cycles, in a way , that heat is added partly at constant volume and partly at constant pressure ; the advantage of which is that more time is available to fuel (which is injected into the engine cylinder before the end of compression stroke)for combustion.

عبارة dual تعني مزدوج وعلية هذه الدورة مركبة من دورة ثبوت الحجم (دورة أوتو) ودورة ثبوت الضغط (دورة ديزل) . يتم في هذه الدورة اضافة جزء من الطاقة الحرارية بثبوت الحجم والجزء الاخر بثبوت الضغط ، والفائدة من هاتين الاضافتين توفير وقت اكثر لحقن الوقود الى داخل حجرة المحرك قبل نهاية شوط الانضغاط .

**The dual combustion cycle (Fig. 4-7) consists of the following operations:**

- (i) 1-2 .....adiabatic compression
- (ii) 2-3 .....addition of heat at constant volume
- (iii) 3-4 .....addition of heat at constant pressure
- (iv) 4-5 .....adiabatic expansion
- (v) .....rejection of heat at constant volume.

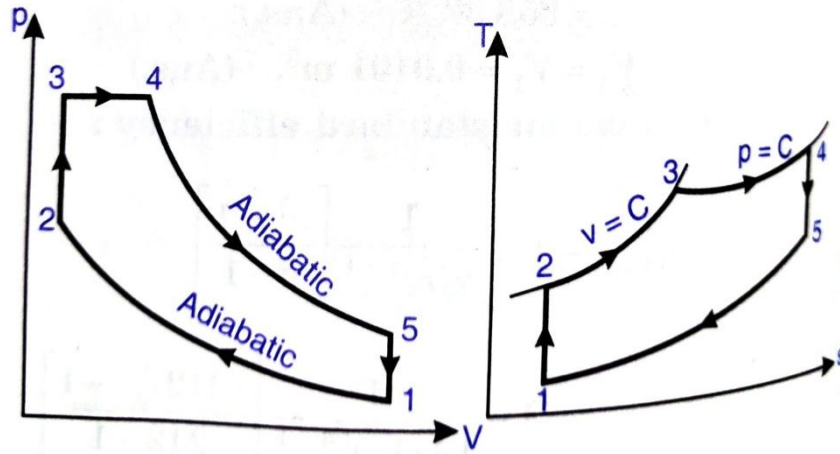


Fig.(4-7): Dual combustion cycle on p-v and T-s diagrams.

Consider 1 kg of air (working substance)

Total heat supplied = heat supplied during the operation 2-3 + heat supplied during the operation 3-4 .

$$= c_v(T_3 - T_2) + c_p(T_4 - T_3)$$

Heat rejected during operation 5-1  $= c_v(T_5 - T_1)$

Work done = Heat supplied – Heat rejected

$$= c_v(T_3 - T_2) + c_p(T_4 - T_3) - c_v(T_5 - T_1)$$

Dual combustion efficiency,

$$\eta_{Dual} = \frac{\text{work done}}{\text{Heat supplied}} = \frac{c_v(T_3 - T_2) + c_p(T_4 - T_3) - c_v(T_5 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2) + c_p(T_4 - T_3)}$$

$$\eta_{Dual} = 1 - \frac{c_v(T_5 - T_1)}{(T_3 - T_2) + \gamma(T_4 - T_3)}$$

$$\left\{ \because \gamma = \frac{c_p}{c_v} \right\}$$

## 5) Brayton cycle

Brayton cycle is a constant pressure cycle for a perfect gas. It also called **Joule cycle**

An ideal gas turbine plant would perform the processes that make up a Brayton cycle .

سبق وان ذكرنا ان **المحطات البخارية** تعمل حسب دورة رانكن Rankine cycle ، واما **المحطات الغازية** (محطة التوربين الغازي ) تعمل حسب دورة برايتن Brayton cycle.

Brayton cycle (Fig.4-8) consists of the following operations:

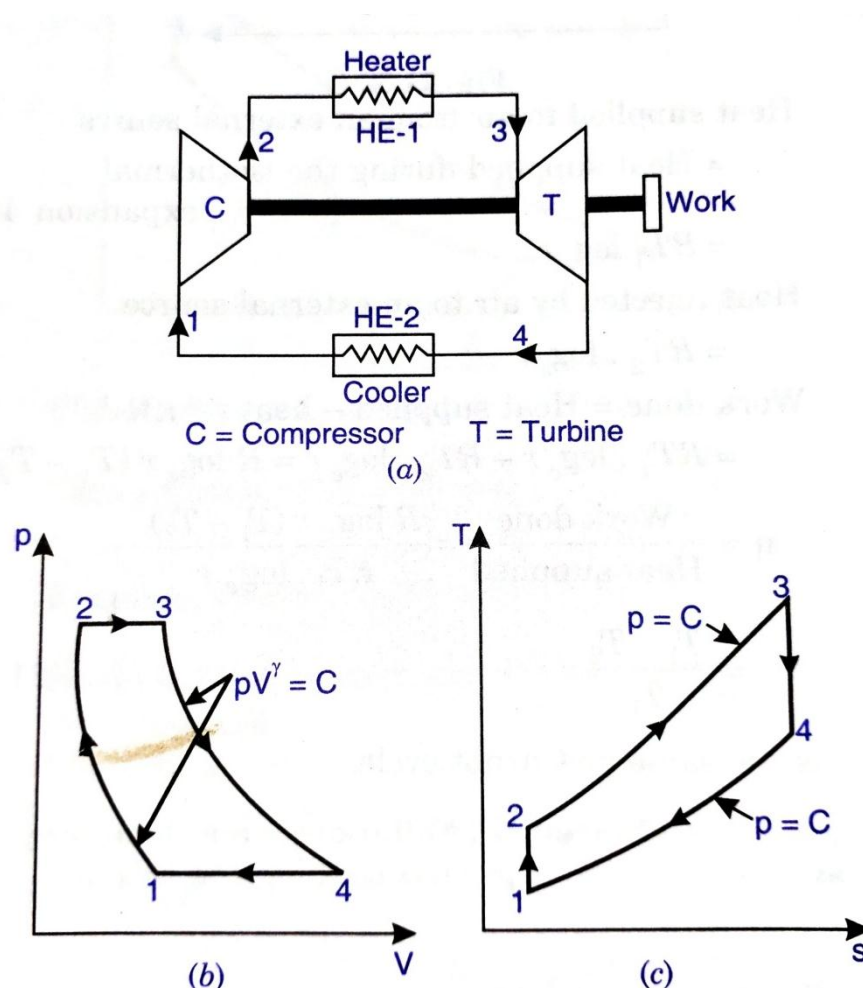


Fig.(4-8): Brayton cycle on p-v and T-s , diagrams

For m kg of air



(i) *operation 1-2* : the air is compressed isentropically (reversible adiabatic process) from the lower pressure  $p_1$  to the upper pressure  $p_2$ , the temperature rising from  $T_1$  to  $T_2$ . No heat flow occurs.

(ii) *operation 2-3*: heat flows into the system increasing the volume from  $v_2$  to  $v_3$  and temperature from  $T_2$  to  $T_3$  while the pressure remains constant at  $p_2$ .

$$\text{Heat received} = mc_p(T_3 - T_2)$$

(iii) *operation 3-4* : the air is expanded isentropically from  $p_2$  to  $p_1$ , the temperature falling from  $T_3$  to  $T_4$ . No heat flow occurs.

(iv) *operation 4-1*: Heat is rejected from the system as the volume decreases from  $v_4$  to  $v_1$  and the temperature from  $T_4$  to  $T_1$  while the pressure remains constant at  $p_1$ .

$$\text{Heat rejected} = m c_p(T_4 - T_1)$$

Work done = Heat received – Heat rejected

$$\text{Air-standard efficiency, } \eta_{\text{Brayton}} = \frac{\text{work done}}{\text{Heat received}} = \frac{\text{Heat received} - \text{Heat rejected}}{\text{Heat received}}$$

$$\eta_{\text{Brayton}} = 1 - \frac{\text{Heat rejected}}{\text{Heat received}} = 1 - \frac{m c_p(T_4 - T_1)}{m c_p(T_3 - T_2)}$$

$$\eta_{\text{Brayton}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

## Tutorial sheet-chapter 4

### Air Standard Cycles

#### Example 4.1 Constant volume or Otto cycle

**An engine of 250 mm bore and 375 mm stroke works on Otto cycle. The clearance volume is  $0.00263 \text{ m}^3$ . The initial pressure and temperature are 1 bar and  $50^\circ\text{C}$ . If the maximum pressure is limited to 25 bar, find the air standard efficiency of the cycle.**

#### Solution.

|                       |                                    |
|-----------------------|------------------------------------|
| Bore of the engine,   | $D=250 \text{ mm}=0.25 \text{ m}$  |
| Stroke of the engine, | $L=375 \text{ mm}=0.375 \text{ m}$ |
| Clearance volume,     | $V_c=0.00263 \text{ m}^3$          |
| Initial pressure,     | $p_1=1 \text{ bar}$                |
| Initial temperature,  | $T_1=50 + 273=323 \text{ K}$       |

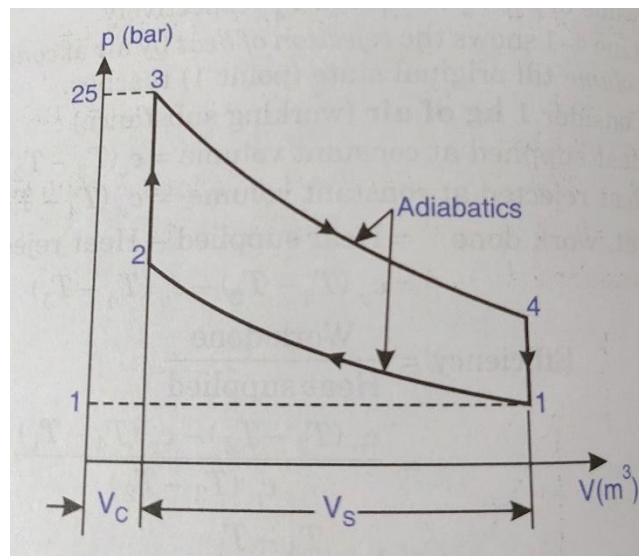


Fig.4.1 Otto cycle

Maximum pressure,  $p_3=25 \text{ bar}$

Swept volume,

$$V_s = \frac{\pi D^2}{4} \times L = \frac{\pi(0.25^2)}{4} \times 0.375 = 0.0184 \text{ m}^3$$

Compression ratio,

$$r = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_s + V_c}{V_c} = \frac{0.0184 + 0.00263}{0.00263} = 8$$

Air standard efficiency

$$\eta_{Otto} = 1 - \frac{1}{(r)^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{(8)^{1.4-1}} = 1 - \frac{1}{(8)^{0.4}} = 1 - 0.435$$

$$= 0.565 \text{ or } 56.5\% \quad (\text{Ans.})$$

### Example 4.2 Constant volume or Otto cycle

**The minimum pressure and temperature in an Otto cycle are 100 kPa and 27 °C.  
The amount of heat added to the air per cycle is 1500 kJ/kg .**

**(i) Determine the pressures and temperatures at all points of the air standard Otto cycle.**

**(ii) Also calculate the specific work and thermal efficiency of the cycle for a compression ratio of 8: 1. Take for air :  $c_v=0.72$  kJ/kg.K,  $\gamma = 1.4$**

**Solution.** Refer to Fig. 4.2. Given :  $p_1=100$  kPa= $10^5$ Pa or 1 bar.

$T_1=27 + 273 = 300$  K ; Heat added = 1500 kJ/kg :

$r=8:1$ ;  $c_v=0.72$  kJ/kg.K ;  $\gamma = 1.4$

Consider 1 kg of air.

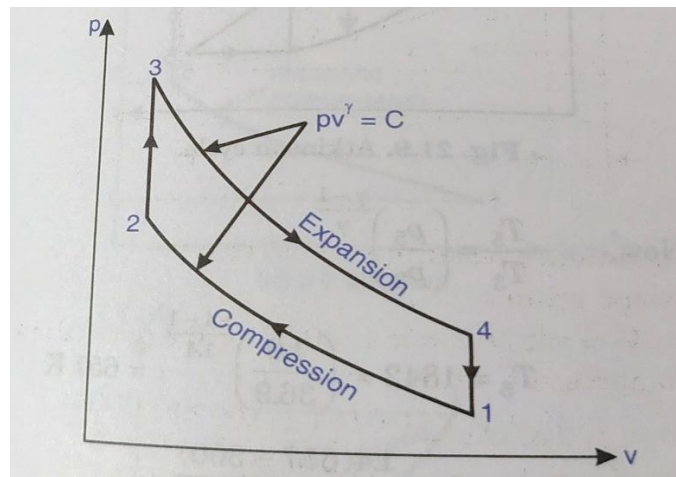


Fig. 4.2 Example – 2

#### (i) Pressures and temperatures at all points:

**Adiabatic compression process 1-2 :**

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1} = (r)^{\gamma-1} = (8)^{1.4-1} = 2.297$$

$$T_2 = T_1 \times 2.297 = 300 \times 2.297 = 689.1 \text{ K} \quad (\text{Ans.})$$

$$\text{Also, } p_1 v_1^\gamma = p_2 v_2^\gamma$$

$$\text{Or } \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^\gamma = (8)^{1.4} = 18.379$$

$$p_2 = p_1 \times 18.379 = 1 \times 18.379 = 18.379 \text{ bar } (\text{Ans.})$$

**Constant volume process 2-3 :**

Heat added during the process,

$$c_v(T_3 - T_2) = 1500$$

$$0.72(T_3 - 689 \cdot 1) = 1500$$

$$T_3 = \frac{1500}{0.72} + 689 \cdot 1 = 2772.4 \text{ K } (\text{Ans.})$$

For constant volume process:  $v_2 = v_3$

$$\begin{aligned} \text{Also } \frac{p_2 v_2}{T_2} &= \frac{p_3 v_3}{T_3} \rightarrow p_3 = \frac{p_2 T_3}{T_2} = \frac{18.379 \times 2772.4}{689 \cdot 1} \\ &= 73.94 \text{ bar } (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

**Adiabatic Expansion process 3-4 :**

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\gamma-1} = (r)^{\gamma-1} = (8)^{1.4-1} = 2.297$$

$$T_4 = \frac{T_3}{2.297} = \frac{2772.4}{2.297} = 1206.9 \text{ K } (\text{Ans.})$$

$$\begin{aligned} \text{Also. } \frac{p_4}{p_3} &= \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^\gamma \Rightarrow p_4 = p_3 \times \left(\frac{v_3}{v_4}\right)^\gamma = 73.94 \times \left(\frac{1}{8}\right)^{1.4} \\ &= 4.023 \text{ bar } (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

**(ii) Specific work(work for 1 kg) and thermal efficiency:**

Specific work = Heat added – Heat rejected

$$\begin{aligned} &= c_v(T_3 - T_2) - c_v(T_4 - T_1) = c_v[(T_3 - T_2) - (T_4 - T_1)] \\ &= 0.72[(2772.4 - 689 \cdot 1) - (1206.9 - 300)] = 847 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Thermal efficiency } \eta_{th} &= 1 - \frac{1}{(r)^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{(8)^{1.4-1}} \\ &= 0.5647 \text{ or } 56.47\% (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

## Constant pressure or Diesel Cycle

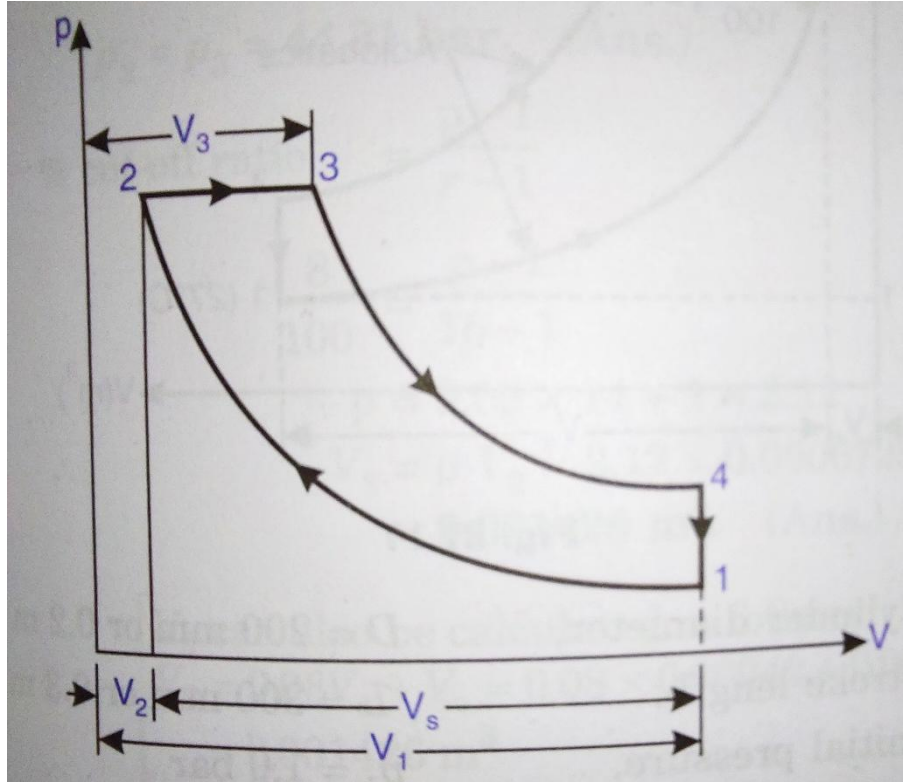


Fig.4.3. Diesel cycle

Consider 1 kg of air

Heat supplied at constant pressure =  $c_p(T_3 - T_2)$

Heat rejected at constant volume =  $c_v(T_4 - T_1)$

Work done = Heat supplied – Heat rejected

$$= c_p(T_3 - T_2) - c_v(T_4 - T_1)$$

$$\begin{aligned} \therefore \eta_{\text{Diesel}} &= \frac{\text{Work done}}{\text{Heat supplied}} = \frac{c_p(T_3 - T_2) - c_v(T_4 - T_1)}{c_p(T_3 - T_2)} \\ &= 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{\gamma(T_3 - T_2)} \quad (i) \end{aligned}$$

$$\left[ \because \frac{c_p}{c_v} = \gamma \right]$$

$$\begin{aligned} \text{Let compression ratio } r &= \frac{v_1}{v_2} \quad \text{and cut-off ratio } \rho = \frac{v_3}{v_2} \\ &= \frac{\text{Volume at cut-off}}{\text{Clearance volume}} \end{aligned}$$

**Now, during adiabatic compression 1-2,**

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma-1} = (r)^{\gamma-1} \quad \text{or} \quad T_2 = T_1 \cdot (r)^{\gamma-1}$$

**During constant pressure process 2-3,**

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{v_3}{v_2} = \rho \quad \text{or} \quad T_3 = \rho \cdot T_2 = \rho \cdot T_1 \cdot (r)^{\gamma-1}$$

**During adiabatic expansion 3-4**

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{v_4}{v_3}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{r}{\rho}\right)^{\gamma-1} \quad \left\{ \because \frac{v_4}{v_3} = \frac{v_1}{v_3} = \frac{v_1}{v_2} \times \frac{v_2}{v_3} = \frac{r}{\rho} \right\}$$

$$\therefore T_4 = \frac{T_3}{\left(\frac{r}{\rho}\right)^{\gamma-1}} = \frac{\rho \cdot T_1 \cdot (r)^{\gamma-1}}{\left(\frac{r}{\rho}\right)^{\gamma-1}} = T_1 \cdot \rho^\gamma$$

By inserting values of  $T_2$ ;  $T_3$  and  $T_4$  in eqn. (i); we get

$$\eta_{Diesel} = 1 - \frac{(T_1 \cdot \rho^\gamma - T_1)}{\gamma[\rho \cdot T_1 \cdot (r)^{\gamma-1} - T_1 \cdot (r)^{\gamma-1}]}$$

$$= 1 - \frac{(\rho^\gamma - 1)}{\gamma(r)^{\gamma-1}(\rho - 1)}$$

$$\eta_{Diesel} = 1 - \frac{1}{\gamma(r)^{\gamma-1}} \left[ \frac{\rho^\gamma - 1}{\rho - 1} \right] \quad (ii)$$

It may be observed that eqn. (ii) for efficiency of diesel cycle is different from that of the Otto cycle only in bracketed factor. This factor is always greater than unity, because  $\rho > 1$ . Hence for a given compression ratio, the Otto cycle is more efficient.

The network for diesel cycle can be expressed in terms of  $p v$  as follows:

$$W = \text{Area 1-2} + \text{Area 2-3} + \text{Area 3-4}$$

Or

$$W = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{\gamma - 1} + p_2 (v_3 - v_2) + \frac{p_3 v_3 - p_4 v_4}{\gamma - 1}$$

Or

$$W = p_2 (v_3 - v_2) + \frac{p_3 v_3 - p_4 v_4}{\gamma - 1} - \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{\gamma - 1}$$

But

$$\frac{v_3}{v_2} = \rho \Rightarrow v_3 = \rho v_2 \quad \text{and} \quad \frac{v_1}{v_2} = r \Rightarrow v_1 = r v_2 \quad \text{But } v_4 = v_1 = r v_2$$

نعوض عن هذه القيم في معادلة الشغل اعلاه

$$W = p_2(\rho v_2 - v_2) + \frac{p_3 \rho v_2 - p_4 r v_2}{\gamma - 1} - \frac{p_2 v_2 - p_1 r v_2}{\gamma - 1}$$

$$W = p_2 v_2 (\rho - 1) + \frac{p_3 \rho v_2 - p_4 r v_2}{\gamma - 1} - \frac{p_2 v_2 - p_1 r v_2}{\gamma - 1}$$

$$W = \frac{v_2 [p_2 (\rho - 1)(\gamma - 1) + p_3 \rho - p_4 r - (p_2 - p_1 r)]}{\gamma - 1}$$

### Example 4.3 Constant pressure or Diesel Cycle

*The stroke and cylinder diameter of a compression ignition engine are 250 mm and 150 mm respectively. If the clearance volume is 0.0004 m<sup>3</sup> and fuel injection takes place at constant pressure for 5 per cent of the stroke determine the efficiency of the engine. Assume the engine working on the diesel cycle.*

#### Solution.

Refer to Fig. 4-3.

Length of stroke,  $L = 250 \text{ mm} = 0.25 \text{ m}$

Diameter of cylinder,  $D = 150 \text{ mm} = 0.15 \text{ m}$

Clearance volume,  $V_c = V_2 = 0.0004 \text{ m}^3$

Swept volume,  $V_s = \text{Area} \times \text{Stroke} = \frac{\pi D^2}{4} \times L = \frac{\pi \times (0.15)^2}{4} \times 0.25$

$$\therefore V_s = 0.004418 \text{ m}^3$$

$V_s$  = الحجم الذي أجتاحه المكبس وهو لا يمثل الحجم الكلي للاستطوانة ....

اما الحجم الكلي للاستطوانة = الحجم الذي أجتاحه المكبس + حجم الخلوص

Total cylinder volume = Swept volume + Clearance volume

$$= 0.004418 + 0.0004 = 0.004818 \text{ m}^3$$

Volume at point of cut-off,  $V_3 = V_2 + \frac{5}{100} V_s = 0.0004 + \frac{5}{100} \times 0.004418$

$$V_3 = 0.000621 \text{ m}^3$$

$$\therefore \text{ cut - off ratio } \rho = \frac{V_3}{V_2} = \frac{0.000621}{0.0004} = 1.55$$

$$\text{Compression ratio} = r = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_s + V_2}{V_2} = \frac{0.004418 + 0.0004}{0.0004} = 12.04$$

Hence,

$$\begin{aligned} \eta_{diesel} &= 1 - \frac{1}{\gamma(r)^{\gamma-1}} \left[ \frac{\rho^\gamma - 1}{\rho - 1} \right] \\ &= 1 - \frac{1}{1.4 \times (12.04)^{1.4-1}} \left[ \frac{(1.55)^{1.4} - 1}{1.55 - 1} \right] = 1 - 0.264 \times 1.54 \\ &= 0.593 \text{ or } 59.3\% \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

#### Example 4.4. Brayton Cycle ....Gas Turbine Cycle

دورة برايتون

*Air enters the compressor of a gas turbine plant operating on Brayton cycle at 101.325 kPa, 27 °C. The pressure ratio in the cycle is 6. Calculate the maximum temperature in the cycle and the cycle efficiency.*

*Assume  $W_T = 2.5 W_C$ , where  $W_T$  and  $W_C$  are the turbine and the compressor work respectively. Take  $\gamma = 1.4$ .*

**Solution.**

Pressure of intake air,  $p_1 = 101.325$  kPa

Temperature of intake air,  $T_1 = 27 + 273 = 300$  K

The pressure ratio in the cycle,  $r_p = 6$

**(i) Maximum temperature in the cycle,  $T_3$  :**

Refer to Fig.4.4.



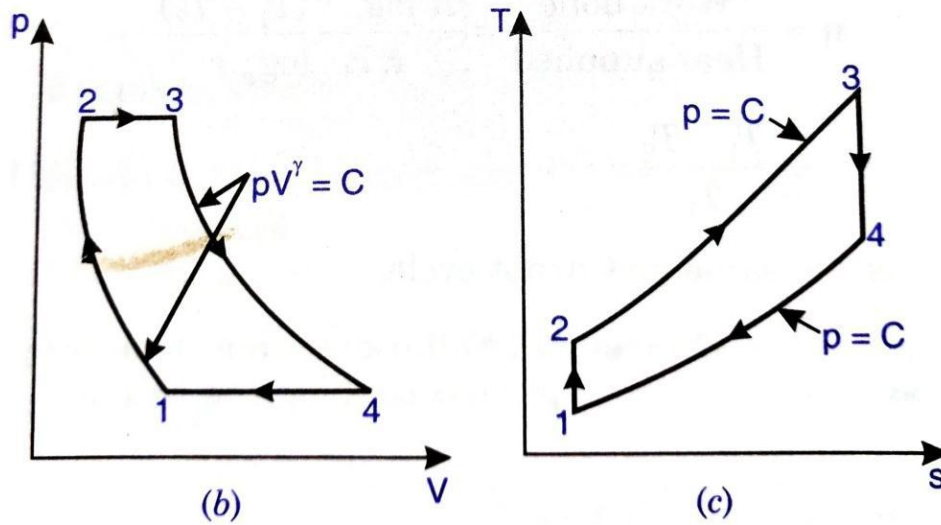
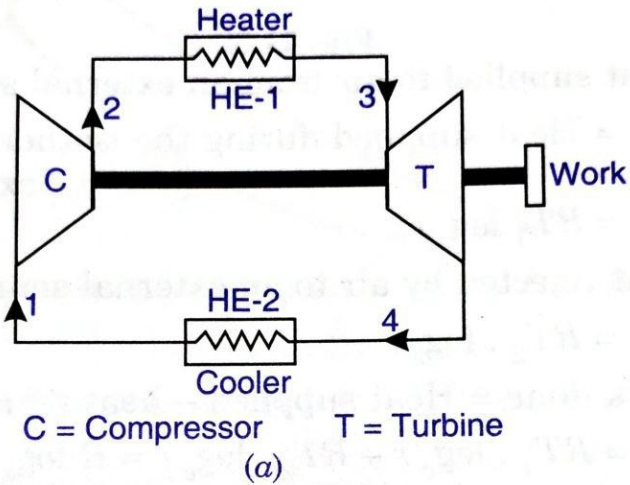


Fig.4.4. Example 4.4.

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = (r_p)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = (6)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 1.668$$

$$T_2 = 1.668T_1 = 1.668 \times 300 = 500.4 \text{ K}$$

Also,  $\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{P_3}{P_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = (r_p)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = (6)^{\frac{1.4-1}{1.4}} = 1.668$

$$\therefore T_4 = \frac{T_3}{1.668}$$

But  $W_T = 2.5 W_C$  (given).....(1)

عندما يكون النظام غاز مثالي (هواء) يحسب الانتالبي بدلالة درجة الحرارة بثبوت الضغط

$h = c_p T$  &  $H = mc_p T$  where  $h = \text{specific enthalpy (kJ/kg)}$  &

$H = \text{total enthalpy (kJ)}$

Process 3-4: gives turbine work (+)  $W_T = c_p(T_3 - T_4)$

Process 1-2 : gives compressor work(-)  $W_C = c_p(T_2 - T_1)$

نعوض عن شغل الخارج من التوربين الغازي والشغل الداخل للمضاغطة بالمعادلة ( ١ )

$$mc_p(T_3 - T_4) = 2 \cdot 5mc_p(T_2 - T_1)$$

$$T_3 - \frac{T_3}{1.668} = 2 \cdot 5(500 \cdot 4 - 300) = 501$$

$$T_3 \left(1 - \frac{1}{1.668}\right) = 501$$

$$T_3 = \frac{501}{\left(1 - \frac{1}{1.668}\right)} = 1251 \text{ K } \text{ or } 978^\circ\text{C } (\text{Ans.})$$

(ii) Cycle efficiency,  $\eta_{cycle}$ :

$$\text{Now, } T_4 = \frac{T_3}{1.668} = 750 \text{ K}$$

$$\begin{aligned} \therefore \eta_{cycle} &= \frac{\text{Net work}}{\text{Heat added}} \\ &= \frac{mc_p(T_3 - T_4) - mc_p(T_2 - T_1)}{mc_p(T_3 - T_2)} \\ &= \frac{(1251 - 750) - (500 \cdot 4 - 300)}{(1251 - 500 \cdot 4)} = 0.4 \text{ or } 40\% \end{aligned}$$

*Chapter Five*  
*Gas Mixtures*

## Chapter Five

### Gas Mixtures

#### 5-1 Introduction

حتى هذه النقطة اقتصرنا نظرتنا ودراستنا على الأنظمة الديناميكية الحرارية thermodynamic systems التي تتضمن مادة نقية واحدة single pure substance مثل الماء. ومع ذلك، تتضمن العديد من التطبيقات الديناميكية الحرارية المهمة مخاليط mixtures من عدة مواد نقية بدلا من مادة واحدة نقية. لذلك، من المهم تطوير فهم المخاليط ومعرفة كيفية التعامل معها.

في هذا الفصل، نتعامل مع مخاليط الغازات غير المتفاعلة non-reacting gas mixtures. يمكن معالجة خليط الغازات غير المتفاعلة على أنها مادة نقية لأنها عادة ما تكون حالة متجانسة من غازات مختلفة homogeneous mixture of different gases. من الواضح أن خصائص خليط الغازات تعتمد على خصائص الغازات الفردية (تسمى المكونات أو constituents) وكذلك على كمية كل غاز في الخليط لذلك، من الممكن إعداد جداول خصائص للمخاليط. تم إجراء ذلك للخلائط الشائعة مثل الهواء. ليس من العملي إعداد جداول الخصائص لكل تركيبة خليط يمكن تصورها، على الرغم من أن عدد التركيبات الممكنة لا حصر له. لذلك، نحن بحاجة إلى تطوير قواعد لتحديد خصائص الخليط من معرفة تكوين الخليط والخصائص للمكونات الفردية. نقوم بهذا في هذا الفصل لمخاليط الغازات المثالية ideal-gas mixtures. المبادئ الأساسية المعنية قابلة للتطبيق أيضا على المخاليط السائلة أو الصلبة، والتي تسمى المحلول solutions.

#### 5-2 Composition of a gas mixtures : mass and mole fractions

##### تكوين خليط الغازات: الكسور الكتلية والمولية

لتحديد خصائص الخليط، نحتاج إلى معرفة تكوين الخليط بالإضافة إلى خصائص المكونات الفردية. هناك طريقتان لوصف تركيبة الخليط: أما عن طريق عدد مولات كل مكون، يسمى التحليل المولي molar analysis، أو عن طريق كتلة كل مكون، يسمى تحليل الوزن النوعي gravimetric analysis.

Consider a gas mixture composed of  $k$  components. The mass of the mixture  $m_m$  is the sum of the masses of the individual components, and the mole number of the mixture  $N_m$  is the sum of the mole numbers of the individual components. (Figs 5-1 and 5-2).

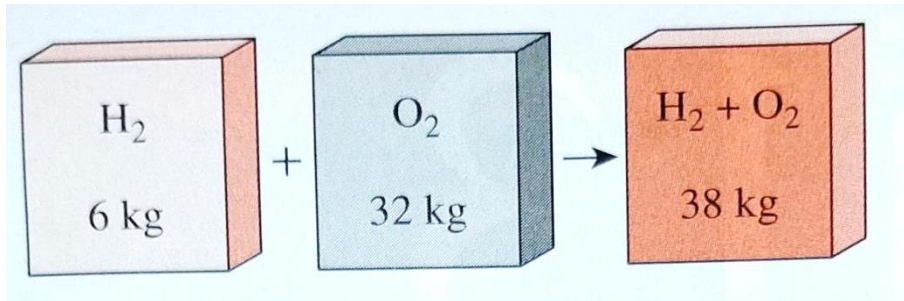


Fig.5-1: The mass of a mixture is equal to the sum of the masses of its components.

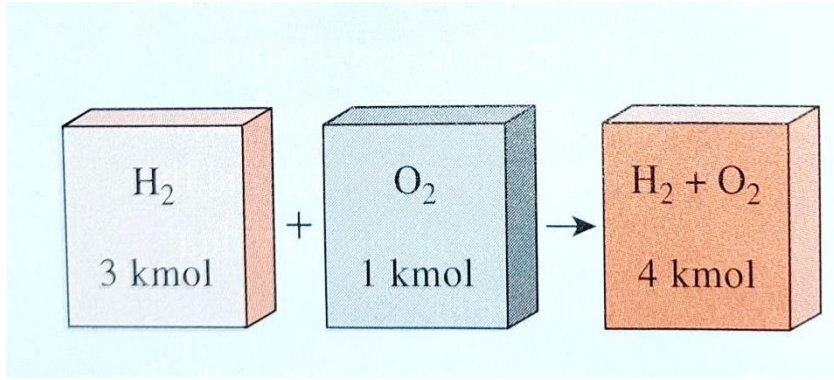


Fig. 5-2: The number of moles of a non-reacting mixture is equal to the sum of the number of moles of its components.

$$m_m = \sum_{i=1}^k m_i \quad (5-1a)$$

$$\text{and} \quad N_m = \sum_{i=1}^k N_i \quad (5-1b)$$

- The ratio of the mass of a component to the mass of the mixture is called the **mass fraction**  $mf$ . تسمى نسبة كتلة المكون الى كتلة الخليط الكسر الكتلي  $mf$

$$mf_i = \frac{m_i}{m_m} \quad (5-2)$$

- The ratio of the mole number of a component to the mole number of the mixture is called the **mole fraction**  $y$ . وتسمى نسبة عدد المولات للمكون الى عدد المولات للخليط بالكسر المولي  $y$

$$y_i = \frac{N_i}{N_m} \quad (5-3)$$

Dividing Eq.(5-1a) by  $m_m$  or Eq.(5-1b) by  $N_m$ , we can easily show that the sum of the mass fractions or mole fractions for a mixture is equal to 1, (Fig.5-3).

$$\sum_{i=1}^k mf_i = 1 \quad \text{and} \quad \sum_{i=1}^k y_i = 1$$

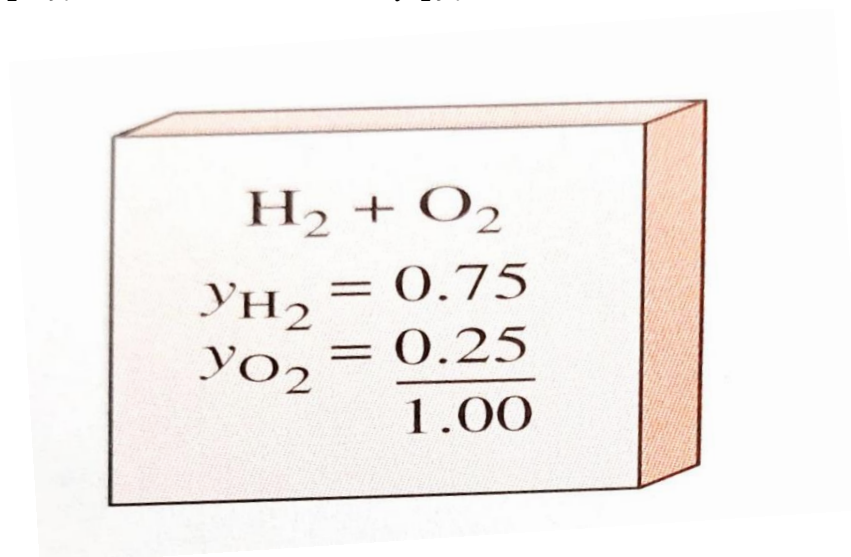


Fig. 5-3: The sum of the mole fraction of a mixture is equal to 1.

The mass of a substance can be expressed in terms of the mole number  $N$  and molar mass  $M$  of the substance as:

$$m = NM$$

$$M_m = \frac{m_m}{N_m} = \frac{\sum m_i}{N_m} = \frac{\sum N_i M_i}{N_m} = \sum_{i=1}^k y_i M_i \quad \text{and} \quad R_m = \frac{R_u}{M_m} \quad (5-4)$$

**$M_m$  = average molar mass of a mixture ,**

**$R_m$  = gas constant of a mixture**

The molar mass of a mixture can also be expressed as

$$M_m = \frac{m_m}{N_m} = \frac{m_m}{\sum m_i / M_i} = \frac{1}{\sum m_i / (m_m M_i)} = \frac{1}{\sum_{i=1}^k \frac{m f_i}{M_i}}$$

Mass and mole fractions of a mixture are related by

$$m f_i = \frac{m_i}{m_m} = \frac{N_i M_i}{N_m M_m} = y_i \frac{M_i}{M_m} \quad (5-5)$$

### Example 5-1

Consider a gas mixture that consists of 3 kg of  $O_2$  , 5 kg of  $N_2$  and 12 kg of  $CH_4$  . Determine (a) the mass fraction of each component, (b) the mole fraction of each component, and (c) the average molar mass and gas constant of the mixture.

**Solution :** the masses of components of a gas mixture are given , the mass fractions, the mole fractions, the molar mass, and the gas constant of the mixture are to be determine.

(a) The total mass of the mixture is :

$$m_m = m_{O_2} + m_{N_2} + m_{CH_4} = 3 + 5 + 12 = 20 \text{ kg}$$

Then, the mass fraction of each component becomes

$$m f_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{m_m} = \frac{3}{20} = 0.15$$

$$m f_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{m_m} = \frac{5}{20} = 0.25$$

$$m f_{CH_4} = \frac{m_{CH_4}}{m_m} = \frac{12}{20} = 0.60$$

(b) To find the mole fraction, we need to determine the mole numbers of each component first:

الكتلة = عدد المولات  $\times$  الوزن الجزيئي

أو

عدد المولات = الكتلة / الوزن الجزيئي

$$N_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{3 \text{ kg}}{32 \text{ kg/kmol}} = 0.094 \text{ kmol}$$

$$N_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \frac{5}{28} = 0.179 \text{ kmol}$$

$$N_{CH_4} = \frac{m_{CH_4}}{M_{CH_4}} = \frac{12}{16} = 0.750 \text{ kmol}$$

Thus,

$$N_m = N_{O_2} + N_{N_2} + N_{CH_4} = 0.094 + 0.179 + 0.750 = 1.023 \text{ kmol}$$

And mole fraction is:

$$y_{O_2} = \frac{N_{O_2}}{N_m} = \frac{0.094 \text{ kmol}}{1.023 \text{ kmol}} = 0.092$$

$$y_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{N_m} = \frac{0.179}{1.023} = 0.175$$

$$y_{CH_4} = \frac{m_{CH_4}}{m_m} = \frac{0.750}{1.023} = 0.733$$

(c) The average molar mass and gas constant of the mixture are determined from their definitions:

$$M_m = \frac{m_m}{N_m} = \frac{20 \text{ kg}}{1.023 \text{ kmol}} = 19.6 \text{ kg/kmol}$$

Or from

$$\begin{aligned} M_m &= \sum y_i M_i = y_{O_2} M_{O_2} + y_{N_2} M_{N_2} + y_{CH_4} M_{CH_4} \\ &= (0.092)(32) + (0.175)(28) + (0.733)(16) \\ &= 19.6 \text{ kg/kmol} \end{aligned}$$

Also the gas constant of the mixture from:

$$R_m = \frac{R_u}{M_m} = \frac{8.314 \text{ kJ/kg.K}}{19.6 \text{ kg/kmol}} = 0.424 \text{ kJ/kg.K}$$

### 5-3 P-V-T behavior of gas mixtures: Ideal and Real gases

#### سلوك خليط الغازات: الغازات المثالية والحقيقية

يعرف الغاز المثالي على أنه غاز تتباعد جزيئاته عن بعضها البعض بحيث لا يتأثر سلوك الجزيء بوجود الجزيئات. وهي حالة تصدف عند كثافات منخفضة. اما الغازات الحقيقية تقترب من هذا السلوك عن كثب عندما تكون عند ضغط منخفض أو درجة حرارة عالية بالنسبة لقيم النقطة الحرجة الخاصة بها.

يعبر عن سلوك P-V-T لغاز مثالي بمعادلة الحالة state equation وتسمى ايضا المعادلة العامة للغازات والمعادلة هي:

$$PV = RT$$

وسلوك P-V-T للغازات الحقيقية يعبر عنها بمعادلة أكثر تعقيدا من المعادلة العامة للغازات والمعادلة يعبر عنها بهذه الصيغة:

$$PV = ZRT$$

أما Z فهو معامل الانضغاط compressibility factor. عندما يتم خلط اثنين أو أكثر من الغازات المثالية غير المتفاعلة فان الخليط يسلك سلوك الغاز المثالي ايضا مثل الهواء على سبيل المثال يعامل كغاز مثالي ، ضمن المدى الذي يتصرف فيه النتروجين والاكسجين كغازات مثالية .

#### 5-3 Dalton's law of additive pressures: قانون دالتون للضغوط المضافة

The pressure of a gas mixture is equal to the sum of the pressures each gas would exert if it existed alone at the mixture temperature and volume (Fig. 5-4).

**قانون دالتون للضغوط المضافة:** ينص على ان ضغط خليط الغاز هو نفس مجموع الضغوط التي قد يمارسها كل غاز اذا كان موجودا بمفرده عند درجة حرارة الخليط والحجم

#### 5-4 Amagat's law of additive volumes: قانون أما كآت للحجوم المضافة:

**قانون أما كآت لأحجام مضافة:** ينص على ان حجم خليط الغاز يساوي الى مجموع الأحجام التي سيشغلها كل غاز اذا كان موجودا بمفرده في درجة حرارة الخليط وضغطه.

The volume of a gas mixture is equal to the sum of the volumes each gas would occupy if it existed alone at the mixture temperature and pressure (Fig. 5-5).

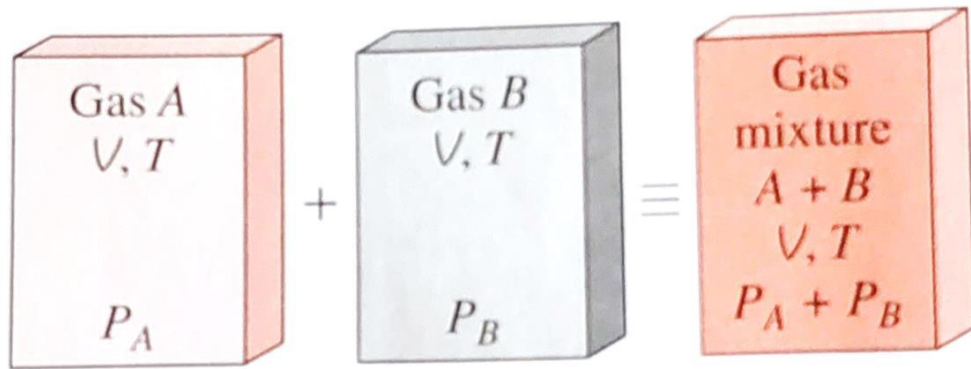


Fig.: 5-4: Dalton's law of additive pressures for a mixture of two ideal gases.

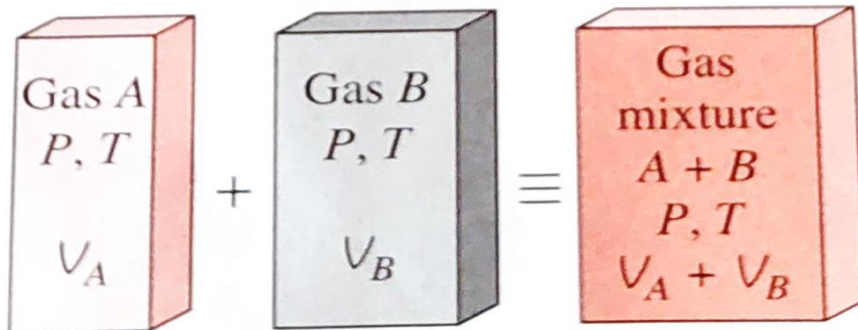


Fig. 5-5: Amagat's law of additive volumes for a mixture of two ideal gases.



Dalton's and Amagat's laws can be expressed as follows:

**Dalton's law for:**  $P_m = \sum_{i=1}^k P_i(T_m, V_m)$

**Amagat's law:**  $V_m = \sum_{i=1}^k V_i(T_m, P_m)$

### 5-5 Ideal – gas mixture

For ideal gases,  $P_i$  and  $V_i$  can be related to  $y_i$  by using the ideal-gas relation for both the components and the gas mixture:

**Ideal-gas relation for component:**  $P_i V_m = N_i R_u T_m$  or  $P_i = \frac{N_i R_u T_m}{V_m}$

note that:  $T_i = T_m$  and  $V_i = V_m$  ثبوت الحجم ودرجة الحرارة للمكون والخليط

**Ideal-gas relation for mixture:**  $P_m V_m = N_m R_u T_m$  or  $P_m = \frac{N_m R_u T_m}{V_m}$

$$\frac{P_i(T_m, V_m)}{P_m} = \frac{N_i R_u T_m / V_m}{N_m R_u T_m / V_m} = \frac{N_i}{N_m} = y_i$$

Therefore,

$$\frac{P_i}{P_m} = \frac{V_i}{V_m} = \frac{N_i}{N_m} = y_i \quad (5-5)$$

Where:

$P_i$  = partial pressure of component

$P_m$  = pressure of a mixture

$V_i$  = partial volume of component

$V_m$  = volume of mixture

$N_i$  = number of moles of component

$N_m$  = number of moles of mixture

$y_i$  = mole fraction

**Partial pressure of component for ideal gas is:**

$$P_i = y_i P_m$$

**Partial volume of component for ideal gas is:**



$$V_i = y_i V_m$$

## 5-6 Properties of gas mixtures: Ideal gases

Consider a gas mixture that consists of 2 kg of N<sub>2</sub> and 3 kg of CO<sub>2</sub>. The total mass (an extensive property) of this mixture is 5 kg. Then the total internal energy, enthalpy and entropy of a gas mixture can be expressed, respectively, as

$$U_m = \sum_{i=1}^k U_i = \sum_{i=1}^k m_i u_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{u}_i \quad (kJ)$$

$$H_m = \sum_{i=1}^k H_i = \sum_{i=1}^k m_i h_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{h}_i \quad (kJ)$$

$$S_m = \sum_{i=1}^k S_i = \sum_{i=1}^k m_i s_i = \sum_{i=1}^k N_i \bar{s}_i \quad (kJ/K)$$

The change in internal energy, enthalpy, and entropy of a gas mixture during a process can be expressed, respectively, as

$$\Delta U_m = \sum_{i=1}^k \Delta U_i = \sum_{i=1}^k m_i \Delta u_i = \sum_{i=1}^k N_i \Delta \bar{u}_i \quad (kJ)$$

$$\Delta H_m = \sum_{i=1}^k \Delta H_i = \sum_{i=1}^k m_i \Delta h_i = \sum_{i=1}^k N_i \Delta \bar{h}_i \quad (kJ)$$

$$\Delta S_m = \sum_{i=1}^k \Delta S_i = \sum_{i=1}^k m_i \Delta s_i = \sum_{i=1}^k N_i \Delta \bar{s}_i \quad (kJ/K)$$

Similarly, the specific heats of a gas mixture can be expressed as

$$c_{v,m} = \sum_{i=1}^k m f_i c_{v,i} \quad \text{and} \quad c_{v,m} = \sum_{i=1}^k y_i \bar{c}_{v,i} \quad (5-6)$$

$$c_{p,m} = \sum_{i=1}^k m f_i c_{p,i} \quad \text{and} \quad \bar{c}_{p,m} = \sum_{i=1}^k y_i \bar{c}_{p,i} \quad (5-7)$$

### Example 5-2:

A mixture of oxygen (O<sub>2</sub>), carbon dioxide (CO<sub>2</sub>), and helium (He) gases with mass fractions of 0.0625, 0.625, and 0.3125, respectively, enter an adiabatic turbine at 1000 kPa and 600 K steadily and expand to 100 kPa pressure. The isentropic efficiency of the turbine is 90 percent. For gas components assuming constant specific heats at room temperature, determine (a) the work output per unit mass of mixture and (b) the entropy change of the gas mixture in the turbine. Take for gas components

|                   | $c_v$ (kJ/kg.K) | $c_p$ (kJ/kg.K) |
|-------------------|-----------------|-----------------|
| O <sub>2</sub> :  | 0.658           | 0.918           |
| CO <sub>2</sub> : | 0.657           | 0.846           |
| He:               | 3.1156          | 5.1926          |

Solution:

From Eqn. (5-6) and (5-7), the constant-pressure and constant-volume specific heats of the mixture become

$$\begin{aligned}c_p &= mf_{O_2} \cdot c_{p,O_2} + mf_{CO_2} \cdot c_{p,CO_2} + mf_{He} \cdot c_{p,He} \\&= 0.0625 \times 0.918 + 0.625 \times 0.846 + 0.3125 \times 5.1926 \\&= 2.209 \text{ kJ/kg.K}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}c_v &= mf_{O_2} \cdot c_{v,O_2} + mf_{CO_2} \cdot c_{v,CO_2} + mf_{He} \cdot c_{v,He} \\&= 0.0625 \times 0.658 + 0.625 \times 0.657 + 0.3125 \times 3.1156 \\&= 1.425 \text{ kJ/kg.K}\end{aligned}$$

The average gas constant of the mixture and the specific heat ratio are

$$R = c_p - c_v = 2.209 - 1.425 = 0.7836 \text{ kJ/kg.K}$$

$$\text{And specific heat ratio: } \gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{2.209}{1.425} = 1.55$$

The temperature at the end of the expansion for the isentropic process is:

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \text{or} \quad T_{2s} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = (600) \left(\frac{100}{1000}\right)^{\frac{0.55}{1.55}} = 265 \text{ K}$$

Using the definition of turbine isentropic efficiency, the actual outlet temperature is:

$$\eta_{turb} = \frac{\text{actual work}}{\text{reversible work}} = \frac{h_1 - h_{2a}}{h_1 - h_{2s}}$$

Where

$$h_{2a} = \text{actual outlet enthalpy} = c_p T_{2a}$$

$$h_{2s} = \text{ideal outlet enthalpy} = c_p T_{2s}$$

Hence ,

$$\eta_{turb} = \frac{c_p(T_1 - T_{2a})}{c_p(T_1 - T_{2s})}$$

$$0.9 = \frac{(600 - T_{2a})}{(600 - 265)}$$

$$T_{2a} = 298.5 \text{ K}$$

Noting that the turbine is adiabatic and thus there is no heat transfer, the actual work output is determine to be

$$w_{turb} = h_1 - h_2 = c_p(T_1 - T_2) = (2.209)(600 - 298.5) = 666 \text{ kJ/kg}$$

(b) the entropy change of the gas mixture in the turbine is:

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \\ &= (2.209) \ln \frac{298.5}{600} - (0.7836) \ln \frac{100}{1000} \\ &= 0.2658 \text{ kJ/kg.K} \end{aligned}$$

